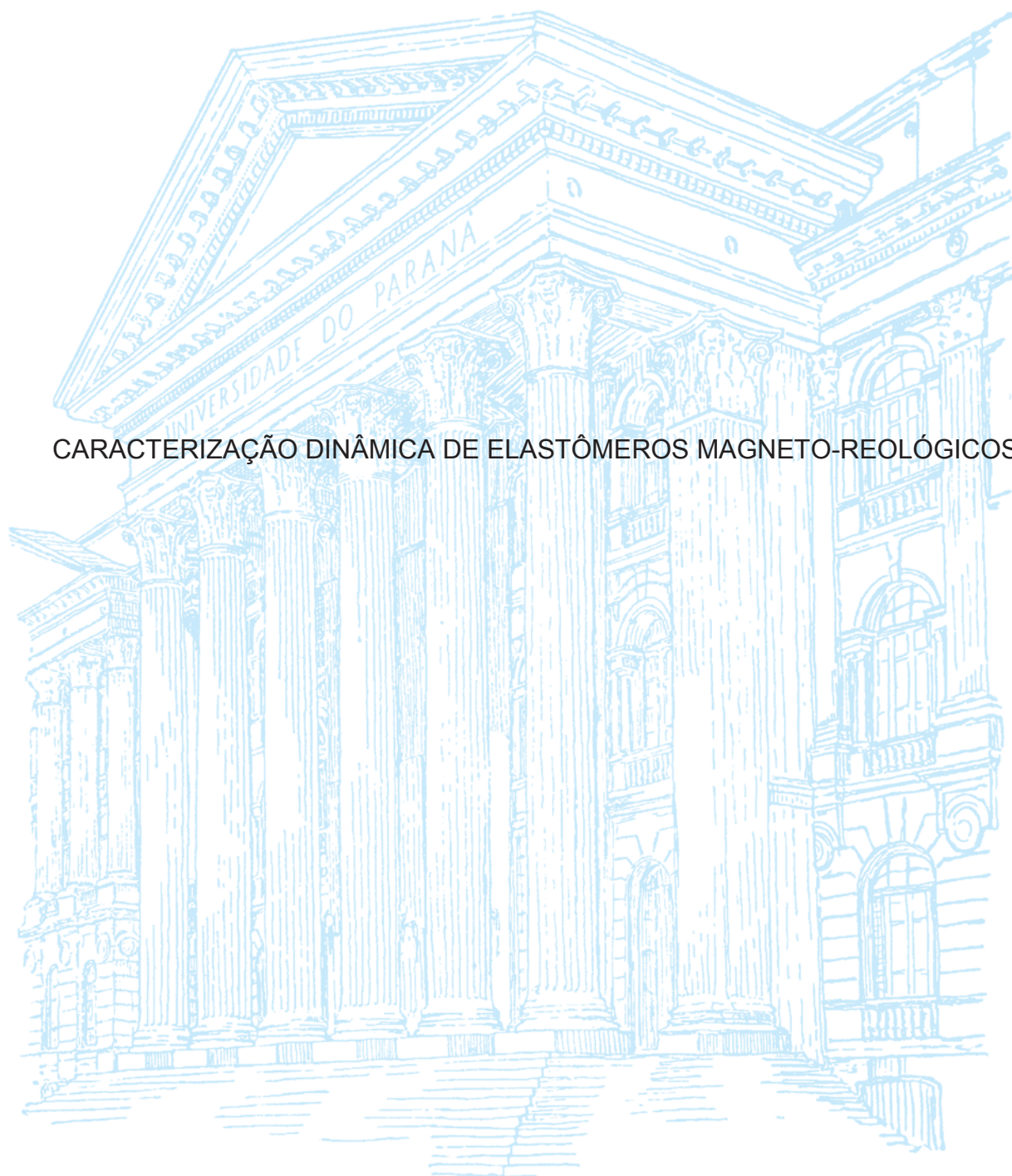


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

THIAGO DA SILVA



CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE ELASTÔMEROS MAGNETO-REOLÓGICOS

CURITIBA

2020

THIAGO DA SILVA

## CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE ELASTÔMEROS MAGNETO-REOLÓGICOS

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, linha de pesquisa de Mecânica dos Sólidos e Vibrações, Setor de Tecnologia, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri

CURITIBA

2020

S586c

Silva, Thiago da  
Caracterização dinâmica de elastômeros magneto-reológicos /  
Thiago da Silva - Curitiba, 2020.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de  
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica,  
2020.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri.

1. Elastômeros magneto-reológicos. 2. Caracterização dinâmica. 3.  
Curvas de transmissibilidade. I. Universidade Federal do Paraná. II.  
Bavastri, Carlos Alberto.

CDD 620.3

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **THIAGO DA SILVA** intitulada: **CARATERIZAÇÃO DINÂMICA DE ELASTÔMEROS MAGNETO-REOLÓGICOS**, sob orientação do Prof. Dr. CARLOS ALBERTO BAVASTRI, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 28 de Fevereiro de 2020.



CARLOS ALBERTO BAVASTRI

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)



MARCO ANTONIO LUERSEN

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)



FLAVIO AUGUSTO PRESEZNIAK

Avaliador Externo (SEM VÍNCULO)



EDUARDO MARCIO DE OLIVEIRA LOPES

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)



A Franciane, meu amor,  
por todos os momentos que passamos juntos.

Aos meus pais, Beline e Sueli,  
por todo apoio, dedicação e carinho.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, nosso criador e que nos dá o dom de viver e conviver.

À minha família, por todos os ensinamentos e carinho dados em todos os momentos da minha vida.

Ao Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri, por todo apoio, dedicação paciência e orientação que me ofereceu nestes seis anos de caminhada entre mestrado e doutorado.

Ao Prof. Dr. Eduardo Marcio de Oliveira Lopes, pelo auxílio em momentos importantes do desenvolvimento deste trabalho, além da participação na banca de defesa deste trabalho.

Aos demais membros da banca, Prof. Dr. Marco Antônio Luersen e Dr. Flavio Augusto Presezniak, por contribuírem com a melhoria deste trabalho.

Ao Prof. Carlos Henrique da Silva, por gentilmente ceder a câmara térmica e um espaço no Laboratório de Superfícies da UTFPR para a realização dos ensaios experimentais.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PGMEC) por propiciar as condições necessárias para o desenvolvimento deste trabalho.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho.

Ao Sr. Wellington Azevedo, da empresa Pigatto Distribuidora (Lord Adesivos Estruturais), pelo fornecimento gratuito dos adesivos utilizados neste trabalho.

Ao doutorando Rafael Pomorski Linessio (Engenharia Elétrica – UTFPR), pela amizade e parceria no desenvolvimento de pesquisas relacionadas a sensores ópticos e vibrações mecânicas.

A toda equipe do Laboratório de Vibrações e Som (LAVIBS): Anderson Langone Silva, Francielly Elizabeth de Castro Silva, Gabriela Wessling Oening Dicati, Jéssica Carolina Barbosa Vieira, José Eduardo Gubaua, Lucas Henrique dos Santos Tavares, Roberta Tempski Leite Elias, Samuel Kluthcovsky e Tiago Lima de Souza. Obrigado pelas conversas e convivência.

E a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Abraço a todos.

“Experiência é percepção compreendida.”

*Immanuel Kant*

“Não digais, ‘Encontrei a verdade’, mas sim, ‘Encontrei uma verdade’.”

*Khalil Gibran*

## RESUMO

Elastômeros magneto-reológicos (MREs) são materiais compósitos, formados por uma matriz viscoelástica com adição de partículas ferromagnéticas. A principal vantagem dessa adição é a possibilidade de modificar as propriedades dinâmicas do material aplicando um campo magnético. O principal objetivo desta tese é identificar o efeito da frequência, temperatura e campo magnético nas propriedades dinâmicas de um MRE. Para tal, foram construídos dois sistemas de um grau de liberdade (1 GDL), compostos por uma base de alumínio e uma massa de aço, unidas pelo MRE. Em um sistema, o MRE continha 7% de partículas ferromagnéticas (em volume) e foi unido à base e à massa do sistema por meio de um adesivo. No outro sistema, o MRE foi composto com 20% de partículas e o material foi vulcanizado diretamente nos componentes metálicos. Foram realizados testes de transmissibilidade deste sistema, no domínio da frequência, variando o campo magnético e a temperatura aplicados. Utilizando a técnica de problema inverso em um ambiente de otimização, os dados experimentais das curvas de transmissibilidade foram ajustados em um modelo analítico. Dessa forma, foi possível obter os parâmetros do material que melhor descrevem os dados experimentais. A comparação entre curvas experimentais e analíticas validou o modelo matemático com valores médios de coeficiente de determinação de 0,97, para o caso do MRE com 7% de partículas e de 0,98 para o MRE com 20%. As curvas de transmissibilidade experimental também foram analisadas através de um componente de análise de variação (COV), que comparou os efeitos da temperatura e do campo magnético nas características dinâmicas experimentais do sistema. A análise do COV mostrou que, para a faixa de temperatura e os campos magnéticos avaliados, uma variação na temperatura tem um efeito mais relevante nas propriedades dinâmicas do MRE do que uma variação no campo magnético aplicado. Resultados experimentais mostraram que um campo magnético aplicado sobre o MRE aumenta a rigidez do sistema, especialmente em temperaturas mais altas e em frequências mais baixas, isto é, quando o MRE se torna menos rígido.

**Palavras-chave:** Elastômeros magneto-reológicos. Caracterização dinâmica. Curvas de transmissibilidade.

## ABSTRACT

Magnetorheological elastomers (MREs) are composite materials, formed by a viscoelastic matrix with added ferromagnetic particles. The main advantage of such addition is the possibility of modifying the dynamic properties of the material by applying a magnetic field. This thesis aims to identify the effect of frequency, temperature and magnetic field on the MRE dynamic properties. In order to do so, two single-degree-of-freedom (1 DOF) systems were constructed, consisting of an aluminum base and a steel mass, joined by the MRE. In one system, the MRE contained 7% (in volume) of ferromagnetic particles and was bonded to the base and mass of the system by an adhesive. In the other system, the MRE contained 20% of particles and the material was vulcanized directly on metallic components. In the frequency domain, transmissibility tests of those systems were performed, varying the applied magnetic field and temperature. Using the inverse problem technique in an optimization environment, the experimental data of the transmissibility curves were adjusted to an analytical model. Thus, it was possible to obtain the parameters of the material that best describe the experimental data. The comparison between experimental and analytical curves validated the mathematical model with coefficient of determination values of 0.97, for MRE with 7% of particles, and 0.98, for MRE with 20%. The experimental transmissibility curves were also analyzed through a component of variation (COV) analysis, which compared the effects of temperature and magnetic field on the experimental dynamic characteristics of the system. The COV analysis showed that, for the evaluated temperature range and magnetic fields, a variation in temperature has a more relevant effect on the MRE dynamic properties than a variation in the applied magnetic field. Experimental results showed that a magnetic field applied on MRE can increase the system stiffness, especially at higher temperatures and lower frequencies, i.e. when the MRE becomes less rigid.

**Key-words:** Magnetorheological elastomers. Dynamic characterization. Transmissibility curves.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E DO FATOR DE PERDA DE UM MVE COM A TEMPERATURA A UMA FREQUÊNCIA CONSTANTE .....	21
FIGURA 2 – VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E DO FATOR DE PERDA DE UM MVE COM A FREQUÊNCIA A UMA TEMPERATURA CONSTANTE .....	22
FIGURA 3 – COMPORTAMENTO DOS MVES EM RELAÇÃO À FREQUÊNCIA E TEMPERATURA .....	23
FIGURA 4 – NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA .....	24
FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE PARTÍCULAS NO MRE.	28
FIGURA 6 – EFEITO DO CAMPO MAGNÉTICO NO MÓDULO DE UM MRE .....	29
FIGURA 7 – EFEITO MÁXIMO DE PROPORÇÃO DE PARTÍCULAS NO MÓDULO DINÂMICO – INTENSIDADE DE CAMPO MAGNÉTICO SATURADO ....	30
FIGURA 8 – MODELO DE DIPOLO MAGNÉTICO .....	38
FIGURA 9 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO DE 1 GDL.....	42
FIGURA 10 - FOTOS DO CIP OBTIDAS COM O MEV PARA DIFERENTES APROXIMAÇÕES (ESCALA DE 10 $\mu\text{m}$ e 2 $\mu\text{m}$ ).....	44
FIGURA 11 – HISTOGRAMA DO DIÂMETRO DAS PARTÍCULAS DE CIP .....	45
FIGURA 12 – FOTO EM MEV DE MRE COM DIFERENTES % DE CIP .....	46
FIGURA 13 - SISTEMA APROXIMADO DE 1GDL. ....	47
FIGURA 14 – REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DURANTE O ENSAIO DE TRANSMISSIBILIDADE .....	48
FIGURA 15 - IMÃS PERMANENTES UTILIZADOS NA APLICAÇÃO DE CAMPO MAGNÉTICO.....	49
FIGURA 16 - SISTEMA 1GDL MONTADO PARA O ENSAIO DE TRANSMISSIBILIDADE .....	50
FIGURA 17 - SISTEMA DE MEDIÇÃO ALOCADO NA CÂMARA TÉRMICA.....	51
FIGURA 18 - SISTEMA DE CONTROLE DO ENSAIO DE TRANSMISSIBILIDADE	51
FIGURA 19 - METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DO MRE	52
FIGURA 20 – ÁRVORE DE AMOSTRAGEM PARA O COV.....	57
FIGURA 21 - CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE PARA DIFERENTES TEMPERATURAS.....	61
FIGURA 22 – GRÁFICO DE VARIABILIDADE PARA O MRE <sub>7%</sub> .....	63
FIGURA 23 – GRÁFICOS DA 1ª ITERAÇÃO DE $\bar{X}$ E $R$ PARA O MRE <sub>7%</sub> .....	64



FIGURA 24 – GRÁFICOS DA 2ª ITERAÇÃO DE $\bar{x}$ E $R$ PARA O MRE <sub>7%</sub> .....	65
FIGURA 25 - CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE PARA DIFERENTES TEMPERATURAS.....	66
FIGURA 26 – GRÁFICO DE VARIABILIDADE PARA O MRE <sub>20%</sub> .....	67
FIGURA 27 – GRÁFICOS DA 1ª ITERAÇÃO DE $\bar{x}$ E $R$ PARA O MRE <sub>20%</sub> .....	68
FIGURA 28 – GRÁFICOS DA 2ª ITERAÇÃO DE $\bar{x}$ E $R$ PARA O MRE <sub>20%</sub> . ....	69
FIGURA 29 – MÓDULOS DE CISALHAMENTO DINÂMICO.....	70
FIGURA 30 – EFEITO MR PARA O MÓDULO DE CISALHAMENTO.....	71
FIGURA 31 – FATOR DE PERDA DO MRE .....	72
FIGURA 32 – COMPARAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS PARA MRE7% E MRE20%.....	73
FIGURA 33 – NOMOGRAMAS MRE .....	75

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – DADOS SOBRE O DIÂMETRO DAS PARTÍCULAS DE CIP (EM $\mu\text{m}$ )	45
TABELA 2 – DIMENSÕES DAS AMOSTRAS UTILIZADAS NOS EXPERIMENTOS .....	47
TABELA 3 – RESTRIÇÕES DO VETOR PROJETO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO .....	53
TABELA 4 - PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DE $G^*_{MRE}$ .....	59
TABELA 5 – PARÂMETROS ÓTIMOS OBTIDOS PARA O MRE .....	60
TABELA 6 - $R^2$ DAS CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE DO $MRE_{7\%}$ .....	62
TABELA 7 - FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA (EM Hz) DO SISTEMA DE 1GDL DO $MRE_{7\%}$ .....	62
TABELA 8 - $R^2$ DAS CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE DO $MRE_{20\%}$ .....	66
TABELA 9 - FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA (EM Hz) DO SISTEMA DE 1GDL DO $MRE_{20\%}$ .....	67

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIACÕES

1 GDL	– Sistema de um grau de liberdade
CIP	– Pó de ferro carbonila ( <i>Carbonyl Iron Powder</i> )
COV	– Componente de variação
DE	– Algoritmo de evolução diferencial ( <i>Differential Evolution</i> )
DMA	– Análise dinâmico-mecânica ( <i>Dynamic Mechanical Analysis</i> )
EDS	– Espectroscopia de energia dispersiva ( <i>Energy-Dispersive Spectroscopy</i> )
GVIBS	– Grupo de Pesquisa em Vibrações e Som em Sistemas Mecânicos da UFPR
IPV	– Isolador passivo de vibrações
IVA	– Isolador de vibração ajustável
MEV	– Microscópio eletrônico de varredura
MRE	– Elastômero magneto-reológico ( <i>magnetorheological elastomer</i> )
MRE <sub>7%</sub>	– MRE com fração de 7.1% de partículas CIP
MRE <sub>20%</sub>	– MRE com fração de 20.4% de partículas de CIP
MVE	– Material viscoelástico
NVA	– Neutralizador de vibrações ajustável
<i>SQD</i>	– Soma dos quadrados das diferenças
<i>SQR</i>	– Soma dos quadrados dos resíduos

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Alfabeto Grego

$\alpha_i$	– Parâmetro fracionário do material
$\alpha_T(T)$	– Função de fator de deslocamento (função WLF)
$\beta_i$	– Parâmetro fracionário do material
$\gamma$	– Deformação cisalhante aplicada no material
$\varepsilon$	– Deformação normal do material
$\zeta$	– Constante de Apéry
$\eta$	– Fator de perda do material
$\eta_{MRE}$	– Fator de perda do MRE
$\theta_1$	– Parâmetro característico do material, relacionado à função WLF
$\theta_2$	– Parâmetro característico do material, relacionado à função WLF
$\Theta$	– Ângulo de deformação gerado pelo dipolo magnético
$\mathcal{G}$	– Fator geométrico da manta de MRE
$\mu_0$	– Permeabilidade magnética no vácuo
$\mu_r$	– Permeabilidade relativa da matriz viscoelástica
$\xi$	– Deformação cisalhante gerada pelo dipolo magnético
$\sigma$	– Tensão cisalhante aplicada no material
$\varsigma$	– Tensão aplicada no material
$\tau$	– Coeficiente do tempo de relaxação do material
$\phi$	– Fração em volume das partículas ferromagnéticas em relação ao volume de MVE
$\chi$	– Susceptibilidade magnética das partículas
$\omega$	– Variável frequência
$\omega_t$	– Frequência de transição

### Alfabeto Latino

$a_i$	– Parâmetro constante do material
$A$	– Área da manta de MRE sujeita ao cisalhamento
$b_i$	– Parâmetro constante do material
Cr	– Crossover, parâmetro do algoritmo de evolução diferencial

$d$	– Distância entre as duas partículas que formam o dipolo.
$d_0$	– Distância inicial entre as partículas que formam o dipolo
$e$	– Profundidade da manta de MRE
$e_{jkl}^*$	– Matriz de erro relativo complexo,
$\bar{e}$	– Erro médio quadrático normalizado
$E$	– Módulo de Young
$E^*$	– Módulo complexo de elasticidade
$E_r$	– Parte real do módulo complexo de elasticidade (módulo dinâmico)
$E_i$	– Parte imaginária do módulo complexo de elasticidade
$F$	– Mutação, parâmetro do algoritmo de evolução diferencial
$F_G$	– Força cisalhante necessária para superar a força magnética gerada pelo campo magnético aplicado
$g(\mathbf{y})$	– Função objetivo do problema de otimização
$\Delta G$	– Incremento do módulo dinâmico de cisalhamento sobre o qual está sendo aplicado um determinado campo magnético
$G_0$	– Módulos de cisalhamento na assíntota inferior do nomograma
$G_\infty$	– Módulos de cisalhamento na assíntota superior do nomograma
$G_1$	– Parâmetro que representa a interação entre o tempo de relaxação e o módulo de cisalhamento na região vítrea
$G_r$	– Parte real do módulo complexo de cisalhamento (módulo dinâmico)
$G_i$	– Parte imaginária do módulo complexo de cisalhamento
$G_{\max}$	– Módulo de cisalhamento dinâmico máximo do MRE
$G_{\min}$	– Módulo de cisalhamento dinâmico mínimo do MRE
$G_{MRE}$	– Módulo de cisalhamento dinâmico do MRE
$G_{MRE}^*$	– Módulo de cisalhamento complexo do MRE
$h$	– Espessura da manta de MRE
$H_i$	– Intensidade do campo magnético aplicado que age sobre a partícula
$H_0$	– Intensidade do campo magnético externo aplicado e o
$H_j$	– Intensidade do campo magnético induzido pelas partículas da vizinhança
$k_{MRE}^*$	– Rigidez complexa do MRE

$l$	– Altura da manta de MRE
$m$	– Momento de dipolo magnético
$M$	– Massa do sistema de 1 GDL
$M_g$	– Parâmetro que relaciona a massa do sistema com o fator geométrico da manta de MRE
$n$	– Número de cadeias de partículas em uma seção unitária de MRE
NP	– População, parâmetro do algoritmo de evolução diferencial
$r$	– Raio das partículas ferromagnéticas
$R^2$	– Coeficiente de determinação
$t$	– Variável tempo
$T$	– Temperatura de trabalho
$T_0$	– Temperatura de referência.
$T_{MRE}^*$	– Transmissibilidade complexa do sistema
$T_{EXP}^*$	– Curva de transmissibilidade complexa obtida experimentalmente
$x$	– Movimento de deslocamento da massa, no domínio do tempo
$x_b$	– Movimento de deslocamento da base, no domínio do tempo
$\mathbf{y}$	– Vetor que contém as variáveis do projeto de otimização
$y_{min}^i$	– Valores mínimos possíveis para cada i-ésima variável do projeto de otimização
$y_{max}^i$	– Valores máximos possíveis para cada i-ésima variável do projeto de otimização



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1	JUSTIFICATIVAS .....	15
1.2	OBJETIVOS .....	15
1.3	ESTRUTURA DA TESE .....	16
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>17</b>
2.1	MATERIAIS VISCOELÁSTICOS .....	17
2.1.1	Representação por módulos complexos.....	18
2.1.2	Efeito da Temperatura .....	20
2.1.3	Efeito da Frequência.....	21
2.1.4	Efeito combinado de temperatura e frequência .....	22
2.2	ELASTÔMEROS MAGNETO-REOLÓGICOS (MRE).....	25
2.2.1	Efeito da intensidade do campo magnético .....	28
2.2.2	Efeito das partículas ferromagnéticas.....	29
2.2.3	Uso de elastômeros magneto-reológicos em controle de vibração .....	31
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>34</b>
3.1	MATERIAL VISCOELÁSTICO .....	34
3.2	MODELO DE TRÊS PARÂMETROS.....	37
3.3	ELASTÔMERO MAGNETO-REOLÓGICO .....	38
3.4	TRANSMISSIBILIDADE .....	42
<b>4</b>	<b>MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>44</b>
4.1	PARTÍCULAS FERROMAGNÉTICAS .....	44
4.2	ELASTÔMERO MAGNETO-REOLÓGICO .....	45
4.3	SISTEMA DE 1 GDL.....	47
4.4	CÁLCULO DO PARÂMETRO $M_\theta$ .....	48
4.5	TRANSMISSIBILIDADE – ENSAIO EXPERIMENTAL .....	49
4.6	METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO .....	52
4.6.1	Problema inverso.....	52
4.6.2	Método de otimização – Algoritmo de evolução diferencial (DE).....	54
4.7	ANÁLISE QUALITATIVA DOS RESULTADOS .....	55
4.7.1	Coeficiente de determinação ( $R^2$ ).....	55
4.7.2	Componentes de Variação (COV) .....	56
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>59</b>

5.1	OBTENÇÃO DE PARÂMETROS ÓTIMOS PARA O MRE .....	59
5.2	TRANSMISSIBILIDADE DO MRE <sub>7%</sub> .....	61
5.3	TRANSMISSIBILIDADE DO MRE <sub>20%</sub> .....	65
5.4	MÓDULO DE CISALHAMENTO DINÂMICO E FATOR DE PERDA .....	70
5.5	NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA.....	73
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>76</b>
6.1	CONCLUSÕES.....	76
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	77
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>79</b>
	<b>APÊNDICE 01 – CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE .....</b>	<b>85</b>
	<b>APÊNDICE 02 – CURVAS DE MÓDULO DE CISALHAMENTO DINÂMICO E</b>	
	<b>FATOR DE PERDA .....</b>	<b>121</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os elastômeros magneto-reológicos (*magnetorheological elastomers* – MREs) são materiais compósitos, formados por uma matriz de base elastomérica (viscoelástica) e por partículas de materiais sensíveis a campos magnéticos. Com isso, uma de suas principais características é a alteração de suas propriedades mecânicas a partir da aplicação de um campo magnético externo. Esta característica, também chamada de “efeito MR”, é causada pela presença das partículas ferromagnéticas na matriz viscoelástica. Além disso, as propriedades mecânicas da matriz elastomérica possuem, entre outros fatores, dependência direta da frequência de excitação e da temperatura. Isto faz com que a correta caracterização do MRE seja necessária para aplicações práticas, contemplando as influências supracitadas: intensidade do campo magnético aplicado, temperatura de trabalho e frequência de excitação.

Materiais magneto-reológicos já são aplicados em controle de vibração desde o final da década de 40, com enfoque em fluídos magneto-reológicos para aplicações na área industrial/automotiva, como, por exemplo, em embreagens e amortecedores. Já os elastômeros magneto-reológicos apresentam ainda estudos incipientes, porém com bons resultados. Uma de suas principais vantagens é a possibilidade de criar dispositivos híbridos (passivo-ativo) para o controle de vibrações. A base viscoelástica pode fornecer o controle passivo, enquanto que as partículas de material ferromagnético podem, através de um dispositivo que controle a intensidade do campo magnético aplicado no material, contribuir para o controle ativo das propriedades mecânicas do MRE.

Os materiais viscoelásticos (MVEs), que formam a base dos MRE, são aplicados em controle de vibração com sucesso há vários anos. O uso de MVEs é uma solução atrativa devido à sua alta capacidade de dissipação de energia vibratória e de armazenamento de energia potencial elástica, podendo ser utilizados como isoladores de vibração ou em neutralizadores de vibração (FERRY, 1980). O isolamento de vibrações permite reduzir a propagação e amplificação de vibração entre duas partes de um sistema mecânico.

Estudos sobre o uso de materiais viscoelásticos em controle de vibrações vêm sendo realizados há algumas décadas. Os modelos usuais para a modelagem do comportamento dinâmico destes materiais são os de Maxwell, Kelvin-Voigt, Zener

ou combinações destes, cuja equação constitutiva pode ser representada através de relações tensão-deformação usando derivadas de ordem inteira ou fracionárias. Esta última reproduz com maior fidelidade as características dinâmicas dos materiais viscoelásticos mais utilizados na engenharia, em uma ampla faixa de frequência e de temperatura, com um número reduzido de parâmetros.

Um obstáculo existente para a aplicação dos elastômeros magneto-reológicos é sua correta formulação, a fim de definir com assertividade suas propriedades. O equacionamento do material viscoelástico a ser investigado neste trabalho tem como base o modelo de derivadas fracionárias, que foi aperfeiçoado pelo Grupo de Pesquisa em Vibrações e Som em Sistemas Mecânicos (GVIBS) da UFPR. Já a adição do “efeito MR” segue modelos apresentados em literatura, que são fundamentados na relação de dipolo magnético entre as partículas ferromagnéticas e estimam o efeito do campo magnético nas propriedades mecânicas do elastômero magneto-reológico.

A caracterização experimental das propriedades dinâmicas de MREs pode ser realizada por uma diversa gama de técnicas. Dentre as mais aplicadas atualmente, está a análise mecânica dinâmica (*Dynamic Mechanical Analysis* - DMA), que é, em geral, feita por um dispositivo dedicado e pode ser realizada em diversos tipos de material. Outra possibilidade é o uso de máquinas de ensaios dinâmicos, onde seja possível adaptar uma câmara térmica. Este tipo de ensaio é relativamente simples e é normatizado pela norma ASTM D5992 (ASTM, 2011). Uma metodologia interessante é o uso de curvas de transmissibilidade de um sistema de um grau de liberdade (1 GDL). Nele, o MRE une uma base e a massa de um sistema de 1 GDL que está sendo submetido a uma determinada faixa de frequências de vibração, gerando pequenas deformações no material. Através do ajuste da equação de transmissibilidade do sistema em uma curva equivalente adquirida experimentalmente, é possível obter o módulo de cisalhamento dinâmico do material de maneira indireta, com uma boa exatidão. Uma vantagem deste tipo de método é a possibilidade de utilização de equipamentos comuns em aquisição de vibrações, ampliando a possibilidade de caracterização desse tipo de material.

Dessa forma, é possível conhecer o comportamento do MRE com maior exatidão, possibilitando sua utilização em uma diversa gama de aplicações práticas específicas, como seu uso em controle de vibrações. Além disso, a capacidade de alteração do comportamento dinâmico do MRE, por meio de um campo magnético

aplicado, faz com que seja viável um controle híbrido passivo/ativo, onde a obtenção das propriedades ótimas do MRE para o controle possa ser alcançada como desejado.

## 1.1 JUSTIFICATIVAS

Esta tese justifica-se pelas seguintes lacunas presentes na literatura atual:

- Utilização de modelo matemático para o MRE compreendendo o efeito de superposição frequência/temperatura para a matriz MVE, o que não foi identificado na literatura consultada;
- Investigação do efeito MR em MREs que utilizam MVEs com um módulo de elasticidade relativamente mais alto ( $\sim 7$  MPa) do que os geralmente utilizados em grande parte das referências ( $\sim 1$  MPa);
- Utilização de um método alternativo para a caracterização de MREs.

## 1.2 OBJETIVOS

Esta tese tem como objetivo a caracterização de um elastômero magneto-reológico em função de temperatura, frequência e campo magnético, por meio de uma técnica conhecida como problema inverso, usando curvas de transmissibilidade, com a finalidade de demonstrar os efeitos da variação do campo magnético no MRE.

Além disso, especificamente, este trabalho busca:

- Propor uma metodologia para caracterizar um material MRE em função de frequência, temperatura e campo magnético;
- Comparar os resultados experimentais e analíticos;
- Realizar a identificação de parâmetros do MRE por meio de um problema inverso, com o uso de técnicas de otimização global;
- Gerar nomogramas do MRE caracterizado.

### 1.3 ESTRUTURA DA TESE

Além deste capítulo inicial, esta tese possui mais cinco capítulos.

O segundo capítulo traz uma revisão bibliográfica sobre materiais viscoelásticos, demonstrando os efeitos de frequência de excitação e da temperatura. Também é feita uma revisão bibliográfica do estado da arte sobre os elastômeros magneto-reológicos mostrando os efeitos da intensidade do campo magnético e da quantidade de partículas ferromagnéticas utilizadas em relação de proporção com a matriz elastomérica.

O terceiro capítulo trata da modelagem matemática que será aplicada neste trabalho, isto é, os modelos para MVE e MRE. Além disso, será realizada apresentada de maneira sucinta o modelo de transmissibilidade para um sistema de um grau de liberdade (1 GDL).

O quarto capítulo apresenta os materiais utilizados e a metodologia experimental. São expostos os materiais que compuseram o MRE, ou seja, a matriz MVE e as partículas ferromagnéticas, além de algumas características do MRE. Também são apresentadas a metodologia experimental, detalhando o sistema de 1 GDL e o ensaio de transmissibilidade. Além disso, é apresentada a metodologia de identificação dos parâmetros do MRE e o método de otimização utilizado. Por fim, são apresentados um método de análise qualitativa dos dados experimentais, com o objetivo de verificar o ajuste de curvas entre os dados experimentais e os obtidos analiticamente, para entender melhor os efeitos dos agentes externos que atuam sobre o MRE.

O quinto capítulo contém os resultados obtidos por meio das metodologias apresentadas. São apresentados os parâmetros ótimos obtidos pelo método de otimização, o comparativo qualitativo entre as curvas experimentais e analíticas e a quantificação dos efeitos dos agentes temperatura e campo magnético no MRE. Além disso, são apresentadas as curvas analíticas do módulo de cisalhamento dinâmico e fator de perda, além dos nomogramas do MRE, obtidos com os parâmetros ótimos. Também é realizado um comparativo entre os resultados para amostras com quantidade relativa de partículas ferromagnéticas diferentes.

O sexto capítulo apresenta as conclusões da tese, além de conter sugestões para trabalhos futuros que busquem aprimorar os resultados obtidos nesse trabalho.



## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Nesse capítulo é apresentada a revisão de literatura sobre materiais viscoelásticos (MVE), demonstrando os efeitos de frequência de excitação e da temperatura, além de mostrar sua aplicabilidade. Uma revisão do estado da arte também é realizada para os elastômeros magneto-reológicos (MRE), mostrando a influência da intensidade do campo magnético e da quantidade de partículas ferromagnéticas na matriz viscoelástica.

### 2.1 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Os materiais viscoelásticos são materiais que possuem um comportamento intermediário entre os materiais elásticos e viscosos (FERRY, 1980). Os materiais elásticos se deformam imediatamente ao ser aplicada uma tensão, retornando a sua forma e volume originais quando a carga é retirada. Desta forma, a energia de deformação é recuperada, relacionando este comportamento a um armazenamento de energia. Já os materiais viscosos se deformam continuamente quando submetidos a uma tensão, com dissipação de energia. Com isso, os materiais viscoelásticos podem, ao mesmo tempo, tanto armazenar quanto dissipar energia (BALBINO, 2016).

Segundo Ferry (1980), quando a deformação e a taxa de deformação são infinitesimais, o material pode exibir um comportamento que combina características de sólido e fluído ao longo do tempo. Por exemplo, um corpo que não é suficientemente elástico não mantém uma deformação constante sob uma tensão constante, que é um fenômeno conhecido como fluência. Quando tal corpo é restringido a manter uma deformação constante, a tensão necessária para mantê-lo diminui gradualmente, o que é conhecido como relaxação de tensões. Além disso, se o mesmo estiver sujeito a uma excitação harmônica, a deformação não estará em fase com a tensão, como ocorre nos materiais elásticos, nem a  $90^\circ$  em relação a tensão, como ocorre em líquidos perfeitamente viscosos. Assim, em cada ciclo, o material dissipa parte da energia e recupera a outra. O valor do ângulo de fase depende diretamente da frequência e da temperatura (GNATOWSKI; KOSZKUL, 2006). Todos esses efeitos combinados caracterizam um material viscoelástico.

A fim de desenvolver projetos eficazes para o controle passivo de vibrações através de materiais viscoelásticos, o conhecimento preciso do comportamento dinâmico do material utilizado é necessário (ESPÍNDOLA; BAVASTRI; LOPES, 2008).

Os principais fatores que alteram o comportamento de um material viscoelástico são a temperatura, a frequência, a pré-carga estática, a amplitude de carga dinâmica, entre outros. Em casos mais específicos, ou extremos, considera-se também o envelhecimento, a exposição a substâncias corrosivas, como óleo, álcool e a exposição à radiação, dentre outros (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985). Entretanto, na faixa linear, os fatores mais importantes são a variação de temperatura e da frequência (JONES, 2001).

### 2.1.1 Representação por módulos complexos

A representação do comportamento viscoelástico por meio de números complexos é uma maneira de representar o comportamento de elastômeros concisamente no domínio da frequência, pois cada parte do número complexo apresenta significado físico, relacionadas com as principais propriedades dos materiais viscoelásticos. Essa abordagem permite descrever sucintamente as relações entre tensão e deformação para esses materiais (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

De uma maneira geral, a parte real do módulo de elasticidade complexo é chamada de módulo dinâmico de elasticidade, isto é, concentra a capacidade de armazenamento de energia do material, representando as propriedades elásticas do mesmo. Já a parte imaginária representa a capacidade do elastômero em dissipar energia vibratória (SNOWDON, 1968).

Segundo Nashif, Jones e Henderson (1985), o modelo generalizado da equação constitutiva, que mostra a relação entre a tensão ( $\zeta$ ) e a deformação ( $\varepsilon$ ) do material, pode ser dado por

$$\zeta + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \frac{d^n \zeta}{dt^n} = E \varepsilon + E \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \frac{d^n \varepsilon}{dt^n}, \quad (2.1)$$

em que  $E$  é o módulo de elasticidade de Young,  $t$  é o tempo e  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes características do material. Conforme observado, essa representação é dada no

domínio do tempo. Aplicando a transformada de Fourier na eq. (2.1) tem-se a mesma representação, agora no domínio da frequência, onde é possível isolar o módulo de elasticidade da seguinte forma,

$$\frac{\zeta}{\varepsilon} = \frac{E \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n (i\omega)^n \right]}{\left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n (i\omega)^n \right]} = E^*(\omega) . \quad (2.2)$$

Assim, o módulo complexo de elasticidade  $E^*(\omega)$ , pode ser representado por

$$E^*(\omega) = E_r(\omega) + iE_i(\omega) , \quad (2.3)$$

onde  $E_r$  é a parte real do módulo complexo de elasticidade e  $E_i$  é a sua parte imaginária.

O fator de perda ( $\eta$ ), que está relacionado diretamente com a capacidade de dissipação de energia do material, é dado pela razão entre os módulos de elasticidade real e imaginário, isto é,

$$\eta(\omega) = \frac{E_i(\omega)}{E_r(\omega)} . \quad (2.4)$$

Dessa forma, podemos reescrever o módulo complexo de elasticidade como

$$E^*(\omega) = E_r(\omega) (1 + i\eta(\omega)) . \quad (2.5)$$

Se ao invés de utilizar o módulo de Young, for utilizado o módulo de cisalhamento, as equações serão análogas as 2.3, 2.4 e 2.5, ou seja,

$$G^*(\omega) = G_r(\omega) + iG_i(\omega)$$

$$\eta(\omega) = \frac{G_i(\omega)}{G_r(\omega)} \quad (2.6)$$

$$G^*(\omega) = G_r(\omega) (1 + i\eta(\omega)) .$$

Considerando que o material é isotrópico e elástico linear, a relação entre  $E_r$  e  $G_r$  é dada pela teoria clássica de elasticidade, associada a um coeficiente de Poisson,

$$\nu = \left[ \frac{E_r(\omega)}{2G_r(\omega)} \right] - 1, \quad (2.7)$$

que neste caso é constante e, para um elastômero típico em sua região de transição (ver próxima seção), é aproximadamente 0,5. Dessa forma, considera-se  $E \approx 3G$ .

### 2.1.2 Efeito da Temperatura

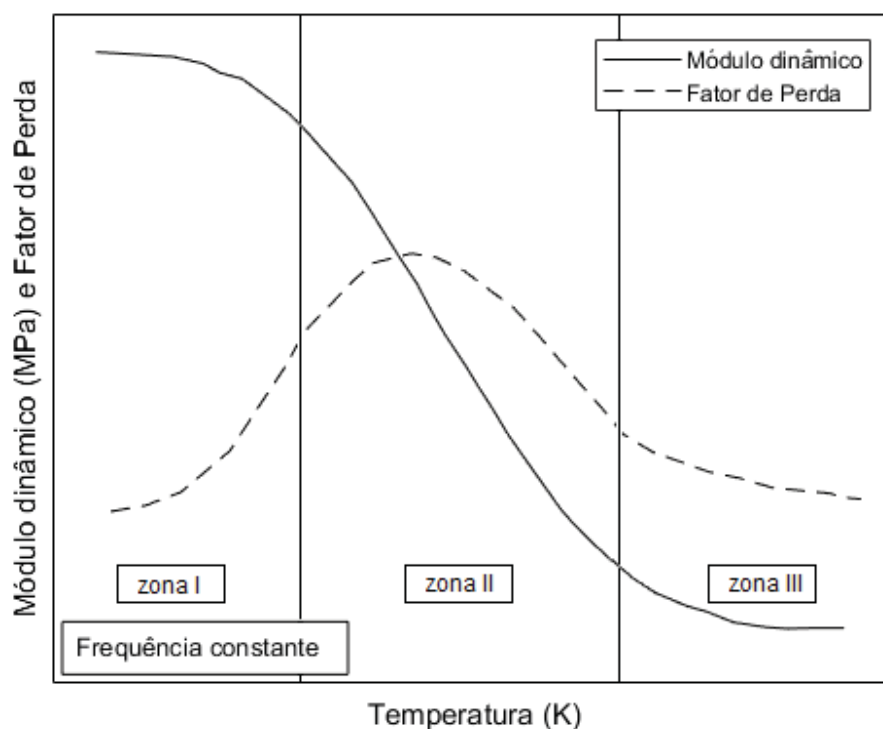
O módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento e o fator de perda dos materiais viscoelásticos variam com a temperatura de operação. Em geral, o módulo dinâmico diminui com a temperatura. Segundo Nashif, Jones e Henderson (1985), a temperatura é um dos fatores externos mais importantes a afetar as propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos.

De uma maneira geral, a maioria dos materiais viscoelásticos termorreologicamente simples utilizados em engenharia tem uma faixa de temperatura de trabalho que compreende três zonas distintas (I, II e III):

- Região vítrea (zona I): ocorre geralmente em baixas temperaturas. Nesta região ocorre valor máximo do módulo dinâmico de elasticidade, enquanto possui valores muito baixos de fator de perda. Conforme a temperatura aumenta, o módulo dinâmico diminui lentamente enquanto o fator de perda aumenta significativamente.
- Região de transição (zona II): à medida que a temperatura aumenta, o módulo dinâmico de elasticidade decresce. Neste ponto a variação do módulo é máxima. O fator de perda assume o seu valor máximo, na chamada temperatura de transição. A maioria das aplicações para controle de vibrações ocorre nesta faixa de temperatura.
- Região “Rubberlike” (zona III): ocorre geralmente em altas temperaturas. Tanto o módulo dinâmico quanto o fator de perda apresentam valores baixos, e variam lentamente conforme o aumento da temperatura.

Estas regiões, nas quais a temperatura influencia o comportamento dos MVEs, podem ser visualizadas na FIGURA 1.

FIGURA 1 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E DO FATOR DE PERDA DE UM MVE COM A TEMPERATURA A UMA FREQUÊNCIA CONSTANTE



FONTE: o autor (2019).

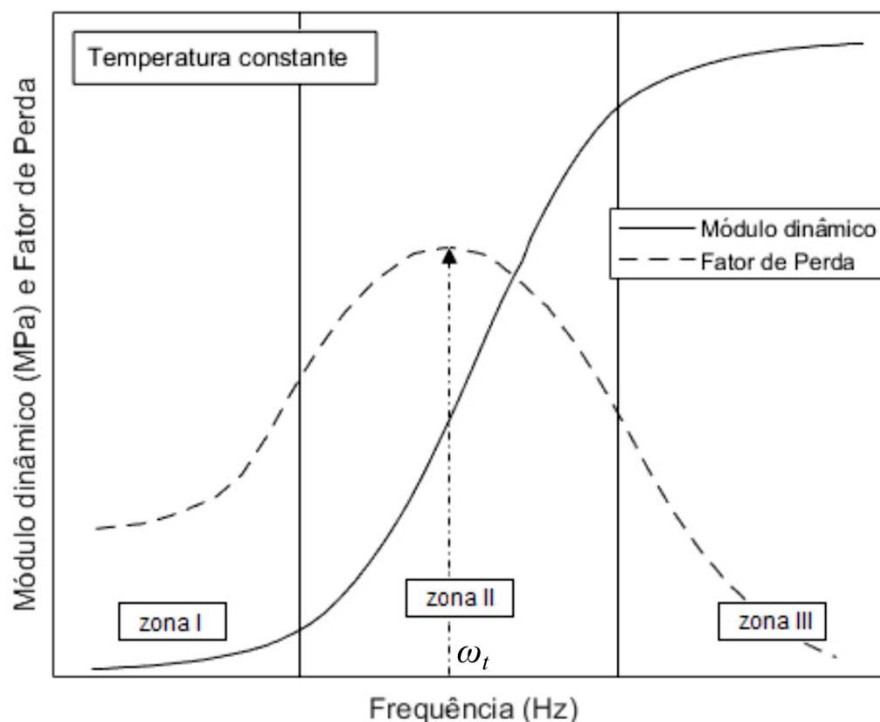
### 2.1.3 Efeito da Frequência

O efeito da frequência é pequeno em materiais elásticos sólidos. Por outro lado, nos materiais viscoelásticos é muito evidente (JONES, 2001). De forma qualitativa, a frequência provoca um efeito inverso ao da temperatura, isto é, um aumento na frequência tem um efeito similar a uma diminuição na temperatura, em uma menor escala. Enquanto uma mudança de região devido à temperatura pode ocorrer em no máximo algumas centenas graus Celsius, uma alteração correspondente em frequência pode demandar varias ordens de magnitude.

Dessa forma, com o aumento da frequência seu módulo dinâmico também aumenta. Com relação ao fator de perda, a frequência influencia da seguinte forma: até certo aumento de frequência, o fator de perda também aumenta; a partir de uma frequência específica (frequência de transição,  $\omega_t$ ) o aumento de frequência gera uma diminuição do fator de perda, devido à perda de resiliência do elastômero que começa a apresentar um comportamento vítreo (SNOWDON, 1968).

A FIGURA 2 mostra o comportamento dinâmico das propriedades do material ao longo da frequência considerando uma temperatura constante, apresentando as mesmas regiões verificadas na FIGURA 1.

FIGURA 2 – VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E DO FATOR DE PERDA DE UM MVE COM A FREQUÊNCIA A UMA TEMPERATURA CONSTANTE



FONTE: o autor (2019).

A relação inversa entre os efeitos de temperatura e frequência serve como base para o princípio da superposição frequência-temperatura de materiais viscoelásticos (FERRY, 1980; JONES, 2001; NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

#### 2.1.4 Efeito combinado de temperatura e frequência

Para a caracterização de um material viscoelástico termoreologicamente simples, a influência da temperatura e da frequência pode ser combinada apropriadamente, por meio de uma única variável chamada de frequência reduzida (JONES, 2001). Com isso, a apresentação das características do material pode ser feita em um único gráfico, chamado nomograma, se um fator apropriado de deslocamento de temperatura for utilizado (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

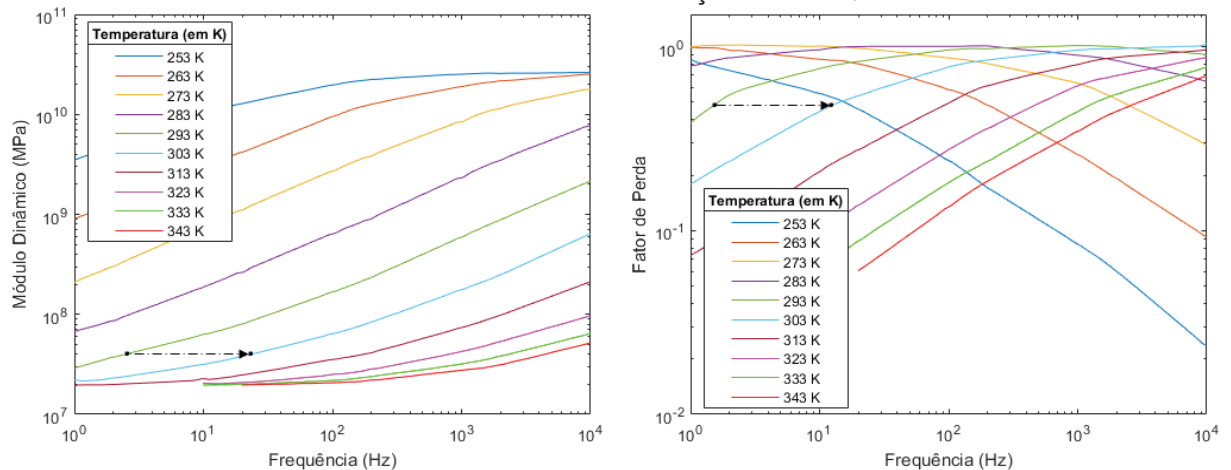


Uma hipótese para a utilização da frequência reduzida é que, o módulo complexo a uma frequência  $\omega_2$  e a uma temperatura  $T_2$  pode ser predito conhecendo o módulo complexo a uma frequência  $\omega_1$  e a uma temperatura  $T_1$ , usando um fator de deslocamento de temperatura  $\alpha_T(T)$ , obedecendo a seguinte relação,

$$G^*(\omega_1, T_1) = G^*(\omega_2 \alpha_T(T_2)). \quad (2.8)$$

Dessa forma, cada fator de deslocamento  $\alpha_T(T)$  produz uma variação em frequência equivalente à mudança da temperatura  $T_1$  para  $T_2$ , o que pode ser visto na FIGURA 3. Com isso, a frequência e temperatura iniciais são substituídas a esta variável que combina ambas,  $\omega_r$ , que é conhecida como *frequência reduzida*.

FIGURA 3 – COMPORTAMENTO DOS MVES EM RELAÇÃO À FREQUÊNCIA E TEMPERATURA



FONTE: o autor (2019).

A determinação da função de fator de deslocamento  $\alpha_T(T)$  é essencial para o correto uso da frequência reduzida. Uma das mais utilizadas é a função WLF (WILLIAMS; LANDEL; FERRY, 1955), que é definida como

$$\log \alpha_T(T) = -\theta_1 \frac{(T - T_0)}{(\theta_2 + T - T_0)}, \quad (2.9)$$

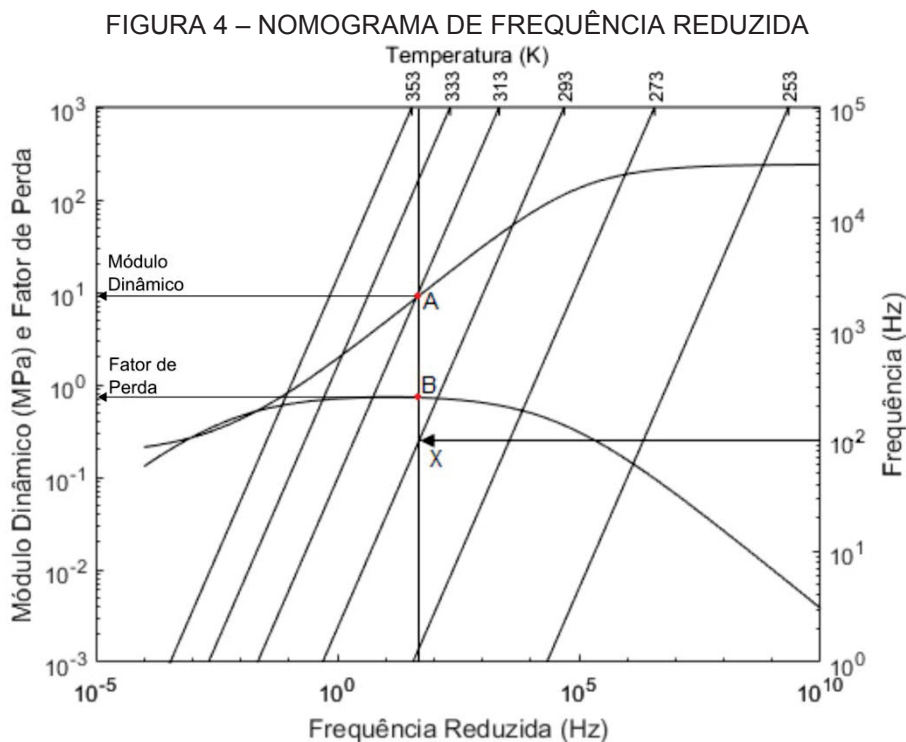
onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são parâmetros característicos do material determinados experimentalmente,  $T$  é sua temperatura de trabalho e  $T_0$  é uma temperatura de referência.

Uma forma comum de apresentação dos valores das propriedades de materiais viscoelásticos é o nomograma de frequência reduzida (FIGURA 4),

conforme apresentado em Nashif, Jones e Henderson (1985) e em Jones (2001). No nomograma, as curvas de propriedades dinâmicas mostradas na FIGURA 3 são consolidadas, de forma a ser possível obter valores para o módulo dinâmico e seu fator de perda, utilizando valores de interesse para a frequência e temperatura.

Os eixos do gráfico do nomograma estão dispostos da seguinte forma: as frequências reduzidas e a variação de temperatura (mostrada em linhas de isotemperaturas) estão no eixo das abscissas, abaixo e acima, respectivamente; na ordenada à direita se encontram as frequências de interesse e a ordenada à esquerda apresenta os valores de módulo dinâmico e fator de perda.

No nomograma, o módulo dinâmico de elasticidade e o fator de perda correspondente são obtidos fazendo uma linha horizontal a partir da frequência de interesse, até cruzar com a linha inclinada da temperatura desejada. A partir desse ponto, é traçada uma linha vertical que cruza as curvas do módulo dinâmico e do fator de perda, cujos valores podem ser lidos na escala à esquerda do nomograma (BALBINO, 2016). Esse procedimento está representado na figura abaixo, onde os pontos A e B correspondem ao módulo dinâmico e fator de perda, respectivamente.



FONTE: adaptado de Balbino (2016).

## 2.2 ELASTÔMEROS MAGNETO-REOLÓGICOS (MRE)

Os elastômeros magneto-reológicos pertencem a uma classe de materiais chamada de “materiais inteligentes”. Este termo, de forma simplificada, significa que o material pode mudar suas propriedades sob a influência de um estímulo externo (TAKAGI, 1999).

A principal diferença entre um elastômero magneto-reológico e um material viscoelástico é o “efeito MR”, que faz com que algumas características do material viscoelástico sejam alteradas a partir da aplicação de um campo magnético sobre a estrutura. O trabalho pioneiro que mostrou o potencial uso desse efeito foi apresentado por (RABINOW, 1948). Naquele trabalho foi utilizado um fluido magneto-reológico aplicado a embreagens, para demonstrar experimentalmente a ação da aplicação de campos magnéticos sobre materiais magneto-reológicos.

Existe uma variedade de estudos com a finalidade de determinar um modelo efetivo do comportamento dos MREs. As duas principais linhas são:

- a) A que segue o trabalho desenvolvido inicialmente por (PAO, 1978), que estabelece as forças magnéticas agindo sobre um material contínuo deformável por meio das equações constitutivas de Maxwell;
- b) Com base no “efeito MR” apresentado em fluidos, devido a interações de dipolo magnético entre partículas adjacentes em uma cadeia partículas (SPASOJEVIĆ; IRVINE; AFGAN, 1974). No presente trabalho, este modelo é utilizado.

Seguindo a primeira linha, podem-se citar os trabalhos de Brigadnov e Dorfmann (2003), que apresentaram um modelo fenomenológico simples para MREs por meio de uma função de densidade de energia e mais recentemente o trabalho de Bustamante e Shariff (2015) que utiliza para a modelagem de deformações magnetoelásticas não lineares a formulação de eixos principais.

Os estudos que seguem a segunda linha para modelagem de MREs foram efetivamente condensados e estruturados no trabalho de Jolly et al. (1996), onde é apresentado um modelo base para o cálculo do módulo de cisalhamento para materiais com partículas ferromagnéticas dispersas em um fluido ou em uma matriz viscoelástica. Com base neste trabalho, Davis (1999) desenvolveu um modelo matemático para elastômeros magneto-reológicos, corroborando-o com simulações numéricas realizadas por meio do método de elementos finitos. Também foi

determinado o ponto de saturação de quantidade de partículas ferromagnéticas na matriz viscoelástica e sua influência no módulo de cisalhamento dos MREs.

Os MREs são compostos basicamente por dois tipos de materiais: uma base composta por um material viscoelástico e um material adicional, ferromagnético. Este material adicional é sensível a campos magnéticos, e são responsáveis pelo “efeito MR” que altera as propriedades dinâmicas do material (CARLSON; JOLLY, 2000). Dessa forma, o MRE pode ser afetado por pelo menos três fatores: temperatura, frequência e campo magnético. O “efeito MR”, que influi diretamente nas propriedades do MRE é causado pela interação magnética entre as partículas ferromagnéticas (KALLIO, 2005). O campo magnético induz um momento de dipolo nas partículas, resultando em uma resposta das mesmas ao tentar mudar para um estados mínimo de energia, que neste caso são cadeias de partículas com momentos de dipolo colineares, ou seja, que estão em paralelo com o campo magnético aplicado (JOLLY et al., 1996). Devido a essa interação, as propriedades do MRE são dependentes do campo magnético aplicado sobre as partículas adjacentes.

No trabalho de Guo, Du e Li (2014) é realizada a modelagem de MREs utilizando como base para o comportamento do material viscoelástico o modelo de Zener fracionário, combinado com o modelo apresentado por Jolly et al. (1996), que adiciona o “efeito MR” em elastômeros magneto-reológicos. Entretanto, neste modelo é contemplado somente o efeito da frequência no material viscoelástico, não sendo incluído o efeito da variação de temperatura. Em Poojary e Gangadharan (2018) um trabalho semelhante é realizado, porém foram utilizados quatro modelos, dois utilizando modelos de derivadas inteiras e dois utilizando modelos de derivadas fracionárias, sendo realizadas comparações com dados obtidos experimentalmente.

Yunus et al. (2019) realizaram ensaios experimentais para observar o efeito da aplicação de diferentes temperaturas no comportamento dinâmico do MRE. Foi demonstrado que o efeito é semelhante ao que ocorre com MVE, ou seja, a temperatura influi diretamente no módulo de elasticidade do MRE, reduzindo seu valor conforme o incremento de temperatura.

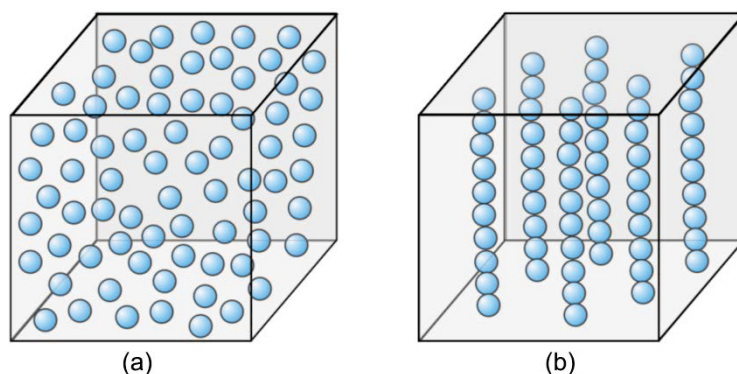
O “efeito MR” depende diretamente do tipo de material viscoelástico utilizado, assim como do tamanho, forma e dispersão das partículas ferromagnéticas inseridas no MVE. A influência do formato das partículas e de sua heterogeneidade no comportamento do material foram avaliadas em Lokander e Stenberg (2003) e

também podem ser vistas em Stepanov et al. (2007). Outras partículas adicionais, além de partículas ferromagnéticas típicas (como ferrocarbonila) também influenciam no “efeito MR”, tais como o “negro de carbono” (NAYAK; DWIVEDY; MURTHY, 2015) e o uso de *iron sand* (WANG et al., 2015).

O “efeito MR” também depende da amplitude de deformação do material, pois distância entre as partículas ferromagnéticas, dispersas na base elastomérica, tem influencia direta no momento de dipolo magnético, e consequentemente, na força magnética gerada pela interação entre as mesmas. O efeito máximo no módulo de cisalhamento pode ser obtido em amplitudes de deformação relativamente pequenas (1 à 2%), pois, nessa faixa, a distância entre as partículas numa cadeia é minimizada e a interação magnética é mais forte. Entretanto, se as forças mecânicas (que ocasionam a deformação) excederem as forças magnéticas, o “efeito MR” é reduzido (KALLIO et al., 2007). Esse comportamento, no qual o módulo dinâmico é dependente da deformação, é conhecido como efeito Payne e está relacionado à abertura das estruturas que compoem a matriz viscoelastica, sendo comum em elastômeros reforçados com partículas adicionais. O efeito Payne aumenta exponencialmente com o aumento da fração de partículas aditivas na matriz MVE (POOJARY; GANGADHARAN, 2017).

Segundo Li et al. (2014), os materiais elastômeros magneto-reológicos podem ser agrupados em duas categorias, com relação à maneira com que a cura do elastômero é realizada. Materiais MRE isotrópicos ocorrem quando não é aplicado um campo magnético durante a cura do elastômero, de maneira que as partículas ferromagnéticas fiquem aleatoriamente dispersas na base viscoelástica (FIGURA 5(a)). O MRE anisotrópico ocorre quando um campo magnético é aplicado durante o processo de cura. Isso faz com que as partículas ferromagnéticas sejam alinhadas em uma determinada direção, o que resulta em um aumento das propriedades mecânicas do MRE nesta direção determinada, isto é, nela o “efeito MR” é amplificado (FIGURA 5(b)). O trabalho de Agirre-Olabide, Kuzhir e Elejabarrieta (2018) propõe um modelo matemático para MREs com distribuição de partículas anisotrópicas, que apresentou boa correlação com os dados obtidos experimentalmente.

FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE PARTÍCULAS NO MRE.  
(a) ISOTRÓPICA; (b) ANISOTRÓPICA



FONTE: Boczkowska e Awietjan (2012).

A mudança mais característica em um MRE é em seu módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento. O aumento relativo do módulo em MREs chega a aproximadamente 50% em elastômeros rígidos (neoprene, borracha butílica, entre outros), e, em elastômeros macios, como gel de silicone, podem ultrapassar facilmente 300% (ABRAMCHUK et al., 2007). De uma maneira geral, o aumento do módulo dinâmico está relacionado diretamente com a intensidade de campo magnético aplicado, além da proporção de partículas ferromagnéticas com relação à matriz viscoelástica.

### 2.2.1 Efeito da intensidade do campo magnético

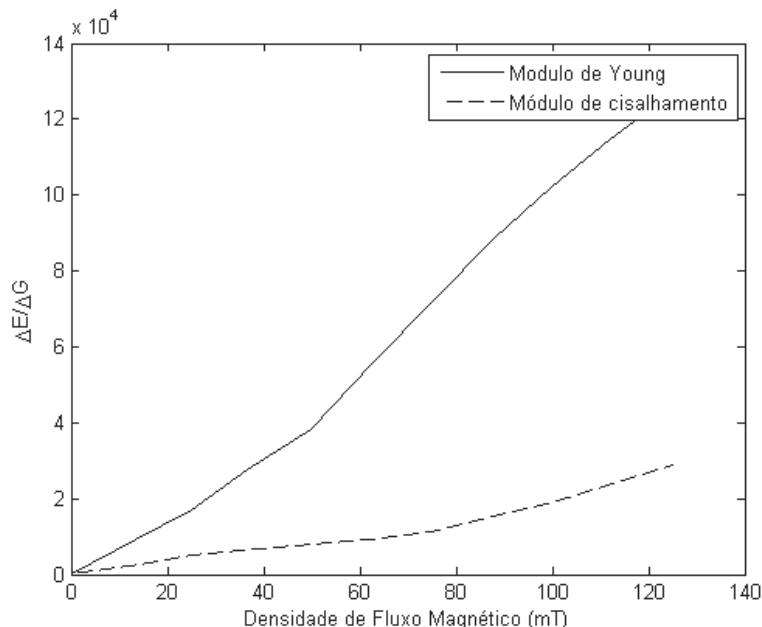
O módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento e o fator de perda de um MRE apresenta um aumento significativo com o aumento da intensidade do campo magnético, o que é explicado pela formação do campo magnético entre as partículas ferromagnéticas (SOROKIN et al., 2015). Quanto maior a intensidade do campo magnético, maior a interação magnética entre as partículas, o que, por sua vez, resulta em um aumento no módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento.

Boczkowska et al. (2012) verificaram a relação direta entre o aumento de intensidade de campo magnético e o aumento do módulo dinâmico de cisalhamento. Também é apresentada a variação do módulo dinâmico para MREs anisotrópicos com diferentes tamanhos de partículas ferromagnéticas e seu comparativo com um MRE isotrópico.

Sun et al. (2015) realizaram testes a fim de mostrar esse aumento do módulo dinâmico, porém mostrando a diferença do efeito do aumento de intensidade

de campo magnético para o módulo dinâmico de elasticidade e para o módulo dinâmico de cisalhamento. Essa diferença pode ser observada na FIGURA 6.

FIGURA 6 – EFEITO DO CAMPO MAGNÉTICO NO MÓDULO DE UM MRE



FONTE: Adaptado de Sun et al. (2015).

### 2.2.2 Efeito das partículas ferromagnéticas

As partículas ferromagnéticas adicionadas na base viscoelástica têm significativa influência nas propriedades dos materiais elastoméricos magneto-reológicos. Usualmente, duas características das partículas possuem influência direta nas propriedades dos MREs: o tamanho das mesmas e sua proporção em relação à matriz MVE. No trabalho de Stepanov et al. (2007) também é investigada a heterogeneidade do tamanho de partículas dispersas no material viscoelástico. Quanto ao módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento, a heterogeneidade no tamanho diminui o efeito do campo magnético devido a diferentes escalas de magnetização. Como a magnetização é proporcional ao tamanho das partículas, esse processo tende a formar aglomerados de partículas, diminuindo a dispersão do material em sua matriz e, com isso, prejudicando o “efeito MR”.

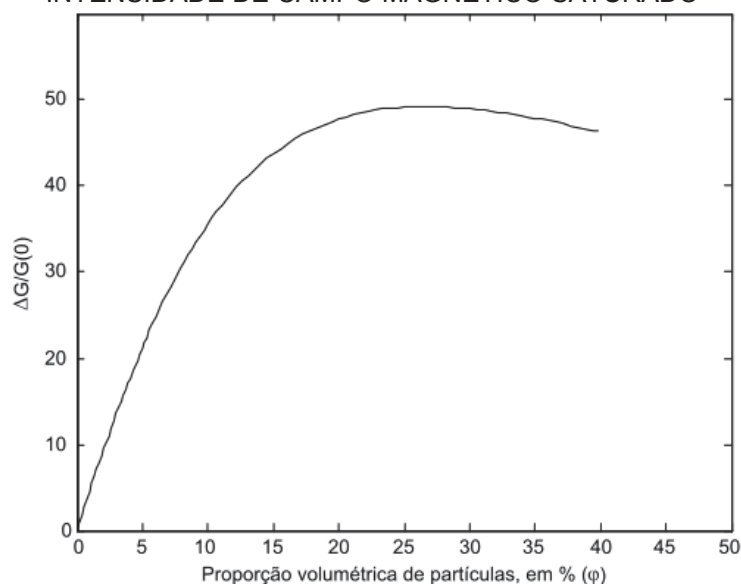
O tamanho das partículas ferromagnéticas tem um significativo efeito sobre o módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento de MREs. Em geral, na ausência de um campo magnético, MREs com partículas maiores (maiores que 10  $\mu\text{m}$ ) possuem módulos menores do que aqueles com partículas menores. Entretanto, após a aplicação do campo magnético, MREs com partículas maiores possuem



módulos ligeiramente maiores do que os com partículas menores (UBAIDILLAH et al., 2015). Conforme citado previamente, como a magnetização é diretamente influenciada pelo tamanho das partículas, quanto maior a partícula, maior a magnetização entre elas, e consequentemente, maior o “efeito MR”. Este efeito não é evidenciado para o fator de perda, apenas para o módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento.

O incremento do módulo de elasticidade e do fator de perda é mais pronunciado para amostras com maiores quantidades de partículas de ferro do que para aquelas com pequenas quantidades, ou seja, quanto maior o teor de partículas ferromagnéticas, maior seu módulo dinâmico de elasticidade/cisalhamento (BÖSE; RÖDER, 2009). Entretanto, para elastômeros rígidos esse ganho é relativamente menor, principalmente a partir de 30% a 40% de proporção volumétrica de partículas. Em Lokander e Stenberg (2003) é verificado que, na região próxima à tensão de ruptura em ensaios de cisalhamento, a partir de 30% de partículas as propriedades mecânicas do MRE se deterioram rapidamente. Corroborando esta afirmação, é apresentado em Davis (1999) um modelo que prediz a quantidade máxima de proporção de partículas a fim de obter um melhor desempenho em elastômeros. Como resultado desse modelo, foi construída a curva da FIGURA 7, onde é apresentado o incremento de módulo dinâmico de cisalhamento em função do teor de partículas ferromagnéticas no MRE, a uma intensidade de campo magnético constante.

FIGURA 7 – EFEITO MÁXIMO DE PROPORÇÃO DE PARTÍCULAS NO MÓDULO DINÂMICO – INTENSIDADE DE CAMPO MAGNÉTICO SATURADO



FONTE: Adaptado de Davis (1999).



### 2.2.3 Uso de elastômeros magneto-reológicos em controle de vibração

A utilização dos MREs em componentes para redução de vibrações é explorado ainda de forma incipiente. Um dos primeiros trabalhos que sugeriu seu uso para um neutralizador de vibrações ajustável (NVA) foi em Ginder, Schlotter e Nichols (2001), que ao observar a alteração nas propriedades mecânicas dos MREs, com destaque para o incremento de rigidez em função da intensidade do campo magnético, construiu um neutralizador ajustável a uma faixa de frequência, modificando sua frequência ótima ao intensificar o campo magnético aplicado no MRE. Kallio et al. (2007) propuseram um elemento de mola com propriedades do módulo dinâmico de elasticidade ajustável utilizando MREs. Esta mola funciona no modo de compressão, sendo carregada axialmente. Assim, o módulo dinâmico é ajustado pela intensidade do campo magnético, variando de acordo com a rigidez ótima necessária devido à carga aplicada. Desde então, vários trabalhos foram desenvolvidos com este propósito.

Deng e Gong (2008) projetaram e testaram um NVA em modo de cisalhamento. O dispositivo montado com os eletroímãs e condutor magnético apresenta um formato em “C”, servindo como uma base para o dispositivo que é conectado ao sistema a ser controlado. Desta forma, o dispositivo possui uma configuração mais compacta. Ensaios experimentais mostraram que o NVA pode ajustar sua frequência natural entre 27.5 Hz e 40 Hz.

Zhang e Li (2009) desenvolveram um neutralizador ajustável (NVA) usando amostras de MRE anisotrópicos. O neutralizador de vibração proposto foi capaz de alterar sua frequência natural de 35 Hz para 90 Hz alterando a corrente elétrica do NVA de 0 a 3 ampères. A eficácia do dispositivo na redução de vibrações foi demonstrada por meio de simulações numéricas.

Hoang, Zhang e Du (2011) realizaram simulações numéricas a fim de demonstrar a aplicabilidade de NVAs em cadeias cinemáticas (“*powertrains*”) de veículos, obtendo uma redução significativa da vibração do sistema. Devido à capacidade de ajuste da frequência natural do sistema com NVA, o mesmo pode se afastar da frequência de excitação aplicada ao sistema, evitando assim sua ressonância. Em Hoang et al. (2013), o NVA foi utilizado em modo de cisalhamento, a fim para suprimir vibrações devido à torção em um “*powertrain*” experimental. Nesse caso, como o movimento de cisalhamento no dispositivo NVA foi

perpendicular ao campo magnético, o “efeito MR” foi menos efetivo, diminuindo o desempenho do neutralizador.

Sun et al. (2015) avaliaram a performance de NVAs onde os MREs trabalharam com dois tipos de deformação: cisalhamento e compressão. Foi demonstrado que em ambos os regimes de trabalho a frequência natural pode ser ajustada, porém no modo de compressão a faixa de frequência de ajuste é maior (entre 62 e 127 Hz). Entretanto, o modo de cisalhamento tem uma faixa de ajuste que varia de 36 a 62 Hz para o dispositivo NVA testado.

Kumbhar, Chavan e Gawade (2018) combinaram o uso de MREs e de uma liga com efeito de memória de forma (*shape memory alloy* - SMA) para obter melhores resultados em um NVA, utilizando ambos os materiais a fim de obter um controle mais preciso e suave na redução de vibrações.

Os isoladores passivos de vibrações (IPV) devem operar na faixa de frequência para quais os mesmos foram projetados, o que pode variar se ocorrer alguma mudança na faixa de frequência de excitação que age sobre o sistema a ser isolado. Essa limitação de faixa ocorre, pois no projeto do isolador é utilizada uma rigidez, amortecimento e massa fixos. Dessa forma, um IPV feito com o uso de MREs, representa um ganho de faixa de aplicação, devido à possibilidade de variação nas propriedades de rigidez do material (Li et al., 2014).

Liao et al. (2012) propuseram um isolador de vibração ajustável (IVA), onde foram testados duas abordagens para o ajuste de propriedades do IVA: em uma somente a rigidez do isolador foi ajustada, enquanto que na outra foram feitos ajustes na rigidez e também no amortecimento do IVA. A configuração utilizando o ajuste de rigidez e amortecimento obteve resultados 15% melhores na redução de vibrações do que o sistema com ajuste somente na rigidez do isolador.

O uso de isoladores com MRE em controle de vibração para assentos veiculares foram exploradas em Du, Li e Zhang (2011) e Li, Zhang e Du (2012). Em ambos, o dispositivo IVA funciona em modo de cisalhamento e compressão. O dispositivo foi testado experimentalmente no que se refere à variação de rigidez e amortecimento, obtendo resultados significativos. Foram realizadas simulações em um sistema completo (base, dispositivo e assento), onde foi observada uma redução considerável da vibração transmitida.

Opie e Yim (2011) projetaram um isolador de vibração com MRE utilizando um circuito magnético híbrido. Esse dispositivo isolador consiste basicamente de:

uma estrutura e núcleo de aço; uma bobina magnética cerâmica; e uma bobina eletromagnética. O uso de uma bobina magnética permanente permite que o campo magnético dentro do MRE seja aumentado ou diminuído aplicando correntes negativas e positivas na bobina. Este tipo de montagem torna o controle do fluxo do campo magnético mais preciso e menos propenso a variações experimentais.

No estudo de Behrooz, Wang e Gordaninejad (2014), um sistema de isolamento de vibrações controlável é aplicado, porém com ênfase em uma estrutura rígida sujeita a movimentos sísmicos. Em ambos os trabalhos o controle é responsivo, ou seja, a partir de um limiar de resposta vibratória, o dispositivo de controle é ativado.

O trabalho de Gu et al. (2017) propõe um isolador de vibrações ajustável, entretanto, nesse caso foi aplicado um algoritmo baseado em redes neurais, isto é, adaptativo, para realizar o controle das propriedades do isolador.

Em estruturas de construção civil, o uso de MREs tem sido explorado com o objetivo de isolamento da base da estrutura em relação a vibrações do solo de uma maneira geral, com ênfase em vibrações sísmicas. No trabalho de Usman et al. (2009) é explorado a viabilidade de IVAs baseados em MREs por meio de simulações numéricas. Os resultados mostram que o isolador com MRE supera o sistema passivo convencional na redução das respostas das estruturas durante excitações sísmicas. Em Jung et al. (2011) foi construído um experimento em pequena escala simulando excitações sísmicas e excitações senoidais. Com isso, o estudo demonstrou a eficácia de um isolador MRE na redução da transmissão de vibrações. Em Nguyen et al. (2018) foi realizado um experimento de isolamento de vibrações pela base, aplicando um controle semi-ativo em um dispositivo de isolamento composto com MRE. O campo magnético foi aplicado através de um eletroímã. Conforme o nível de vibração submetido, o IVA era otimizado pela variação da corrente enviada ao eletroímã, obtendo assim um melhor isolamento fornecido pelo dispositivo.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo são descritos os modelos matemáticos utilizados para a comparação com os resultados experimentais. Primeiramente é apresentado o modelo para o comportamento do material viscoelástico. Em seguida é apresentado o modelo para o MRE, onde é mostrado o “efeito MR” no módulo dinâmico do material. A seguir, é mostrada brevemente a modelagem matemática para um sistema girante de múltiplos graus de liberdade e a forma como as propriedades do MRE podem ser adicionadas neste modelo. Por fim, é apresentado o modelo matemático para a curva de transmissibilidade analítica, para o modelo de 1 GDL.

#### 3.1 MATERIAL VISCOELÁSTICO

A relação constitutiva entre tensões e deformações de um material foi apresentada por Nashif, Jones e Henderson (1985), conforme representado na eq. (2.1). Esta relação, para o caso do comportamento do material viscoelástico linear, é descrita de forma muito fidedigna através de equações diferenciais com derivadas de ordem fracionária, conforme apresentado em Bagley e Torvik (1986) e Pritz (1996). Dessa forma, a equação constitutiva fracionária pode ser representada por

$$a_0 \sigma(t) + \sum_{i=1}^n a_i \frac{d^{\alpha_i} \sigma(t)}{dt^{\alpha_i}} = b_0 \gamma(t) + \sum_{i=1}^m b_i \frac{d^{\beta_i} \gamma(t)}{dt^{\beta_i}}, \quad (3.1)$$

em que  $\sigma$  e  $\gamma$  representam a tensão e a deformação,  $a_i$  e  $b_i$  são parâmetros constantes do material, e  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são os parâmetros fracionários materiais, contidos no intervalo  $\{\alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R} \mid 0 < \alpha_i, \beta_i < 1\}$ . A definição das derivadas fracionárias presentes na eq. (3.1), no domínio do tempo, é dada da seguinte forma,

$$\frac{d^{\alpha_i} \sigma(t)}{dt^{\alpha_i}} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha_i)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\sigma(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha_i}} d\tau \quad (3.2)$$

sendo a função gama ( $\Gamma$ ) dada por

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{(x-1)} e^{-t} dt. \quad (3.3)$$

Estudos sobre convergência, interpretação física e demais conceitos matemáticos podem ser encontrados em Pritz (1996) e Ciniello (2016).

Segundo Bagley e Torvik (1983), para  $n \geq 2$  e  $m \geq 3$ , a eq. (3.1) é adequada para materiais com alta dependência da frequência; em elastômeros comuns utilizados em aplicações de engenharia, valores de  $n$  e  $m$  iguais a 1 são suficientes. Além disso, pode-se fazer a seguinte simplificação,  $\alpha_i = \beta_i$ . Com isso, a eq. (3.1) se torna

$$a_0 \sigma(t) + a_1 \frac{d^\beta \sigma(t)}{dt^\beta} = b_0 \gamma(t) + b_1 \frac{d^\beta \gamma(t)}{dt^\beta} . \quad (3.4)$$

Ao realizar estas simplificações, é assumida a utilização do modelo de Zener fracionário de quatro parâmetros (PRITZ, 2003). Aplicando a transformada de Fourier, conforme apresentado em Bagley e Torvik (1983), na eq. (3.4), obtém-se

$$a_0 \sigma(\omega) + a_1 (i\omega)^\beta \sigma(\omega) = b_0 \gamma(\omega) + b_1 (i\omega)^\beta \gamma(\omega) . \quad (3.5)$$

Reorganizando a equação acima, é possível obter o módulo de elasticidade complexo do material, que no caso de cisalhamento é dado por

$$G^*(\omega) = \frac{\sigma(\omega)}{\gamma(\omega)} = \frac{b_0 + b_1 (i\omega)^\beta}{a_0 + a_1 (i\omega)^\beta} . \quad (3.6)$$

Para o modelo de Zener fracionário de quatro parâmetros, são usadas as seguintes relações (PRITZ, 1996),

$$a_0 = 1 \quad ; \quad b_0 = G_0 \quad ; \quad a_1 = \tau^\beta \quad ; \quad b_1 = G_\infty \tau^\beta , \quad (3.7)$$

em que  $G_0$  e  $G_\infty$  são os módulos de cisalhamento na assíntota inferior e superior, respectivamente, conforme apresentado no nomograma na FIGURA 4, e o coeficiente  $\tau$  representa o tempo de relaxação do material. Ao substituir os coeficientes da eq. (3.7) na eq. (3.6), tem-se

$$G^*(\omega) = \frac{G_0 + G_\infty a_1 (i\omega)^\beta}{1 + a_1 (i\omega)^\beta} , \quad (3.8)$$

em que  $G_0$ ,  $G_\infty$ ,  $a_1$  e  $\beta$  são os quatro parâmetros da equação a serem determinados.

Como os MVEs são dependentes da temperatura, além da frequência, essa dupla dependência é representada pela variável de frequência reduzida (ver seção 2.1.4). Conforme Ferry (1980), esta relação pode ser representada por

$$\omega_r = \omega a_T(T), \quad (3.9)$$

em que a função de deslocamento WLF,  $a_T(T)$ , foi apresentada na eq. (2.9).

Dessa forma, a equação de módulo de cisalhamento complexo pode ser representada da seguinte forma:

$$G^*(\omega, T) = \frac{G_0 + G_\infty a_1 (i\omega_r)^\beta}{1 + a_1 (i\omega_r)^\beta}. \quad (3.10)$$

A representação complexa da equação (3.10) para uma dada frequência e temperatura pode ser definida como

$$G^*(\omega, T) = G_r(\omega, T) [1 + i\eta(\omega, T)], \quad (3.11)$$

em que o módulo de cisalhamento dinâmico é dado pela parte real do módulo complexo, ou seja,

$$G_r(\omega, T) = \Re[G^*(\omega, T)], \quad (3.12)$$

e o fator de perda do material é dado pela razão entre as partes imaginária e real, ou seja,

$$\eta(\omega, T) = \frac{\Im[G^*(\omega, T)]}{\Re[G^*(\omega, T)]}. \quad (3.13)$$

### 3.2 MODELO DE TRÊS PARÂMETROS

Como visto anteriormente, um dos modelos matemáticos fracionários para MVE mais utilizados é o modelo de Zener fracionário de 4 parâmetros, conforme a eq. (3.8). Entretanto, para encontrar estes parâmetros, são necessários dados experimentais que atinjam, em maior ou menor medida, as três zonas de temperatura que alteram o comportamento do MVE (seção 2.1.2). Entretanto, neste trabalho, não foi possível realizar ensaios experimentais que alcançassem a região vítrea, devido a limitações do equipamento em trabalhar a temperaturas mais baixas.

Nesse caso, uma alternativa possível, considerando o modelo de derivadas fracionárias, é a utilização do modelo empírico de 3 parâmetros, apresentado em Bagley e Torvik (1983), da seguinte forma:

$$\sigma(t) = G_0 \gamma(t) + G_1 \frac{d^\beta \gamma(t)}{dt^\beta}. \quad (3.14)$$

Este modelo se aproxima do modelo de Kevin-Voigt apresentado em Caputo e Mainardi (1971). Uma característica importante neste modelo é a ausência dos parâmetros relacionados ao tempo de relaxação e do módulo  $G_\infty$ , que pode representar o módulo de cisalhamento na região vítrea do MVE. Esses dois parâmetros são representados aqui por  $G_1$ , que representa a interação entre ambos.

O desenvolvimento matemático do modelo segue as mesmas etapas da seção anterior. Assim, o módulo de cisalhamento complexo para o modelo de três parâmetros pode ser representado por

$$G^*(\omega, T) = G_0 + G_1 (i\omega_r)^\beta \quad (3.15)$$

sendo o módulo de cisalhamento dinâmico e fator de perda análogos aos expressos pelas eq. (3.12) e (3.13). A partir deste ponto, toda utilização do módulo de cisalhamento complexo neste trabalho se refere ao modelo de três parâmetros.

### 3.3 ELASTÔMERO MAGNETO-REOLÓGICO

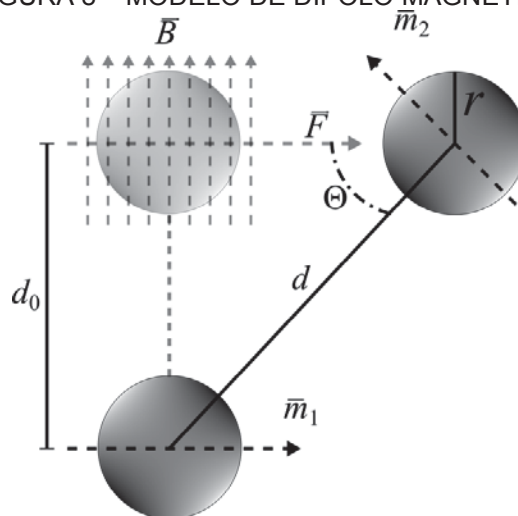
O modelo matemático proposto para o incremento de módulo dinâmico devido à aplicação de campo magnético em MREs segue que foi inicialmente apresentado por Jolly et al. (1996). Esse modelo tem como base a interação entre dipolos magnéticos que surgem entre as partículas ferromagnéticas, imersas em uma matriz polimérica, através da aplicação de um campo magnético. Em Shen, Golnaraghi e Heppler (2004) este modelo foi aprimorado e descreve o incremento do módulo dinâmico de cisalhamento devido ao efeito MR, conforme apresentado a seguir.

De acordo com Rosensweig (1985), a interação de energia entre dois dipolos ( $m_1$  e  $m_2$ ) em um momento de dipolo magnético (FIGURA 8<sup>1</sup>) gera uma diferença de energia potencial, que pode ser representada por

$$W_{12} = \frac{1}{4\pi\mu_0\mu_r} \left[ \frac{\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2}{d^3} - \frac{3}{d^5} (\vec{m}_1 \cdot \vec{d})(\vec{m}_2 \cdot \vec{d}) \right], \quad (3.16)$$

em que  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo,  $\mu_r$  é a permeabilidade relativa da matriz viscoelástica (meio onde ocorre o dipolo), e  $d$  é a distância entre as duas partículas que formam o dipolo.

FIGURA 8 – MODELO DE DIPOLO MAGNÉTICO



FONTE: Adaptado de Shen, Golnaraghi e Heppler (2004).

<sup>1</sup>  $\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$  representa a densidade de fluxo magnético, dada em tesla (T).



O momento de dipolo magnético quantifica a contribuição da interação entre as partículas ferromagnéticas em relação ao campo magnético externo aplicado. Para qualquer dipolo  $i$ , o momento de dipolo é expresso da seguinte forma,

$$\vec{m}_i = \frac{4}{3} \pi r^3 \mu_0 \mu_r \chi H_i, \quad (3.17)$$

em que  $r$  corresponde ao raio da partícula ferromagnética,  $\chi$  é a susceptibilidade magnética da partícula e  $H_i$  é a intensidade do campo magnético aplicado que age sobre a partícula. Esse campo magnético é a resultante de um campo magnético externo aplicado e do campo induzido localmente entre as partículas na vizinhança de uma partícula  $i$ , ou seja,

$$H_i = H_0 + \sum_{j \neq i} H_j, \quad (3.18)$$

em que  $H_0$  representa o campo magnético externo e  $\sum H_j$  o campo magnético induzido pelas partículas  $j$ , presentes na vizinhança da partícula  $i$ . Conforme apresentado em Furst e Gast (2000), para cadeias de partículas longas, a eq. (3.18) pode ser representada por

$$H_i = H_0 + 2 \sum_{j=1}^n \frac{3 \hat{d}_j (\hat{d}_j \cdot \vec{m}_j) - \vec{m}_j}{4 \pi \mu_0 \mu_r d_j^3}, \quad (3.19)$$

em que  $\vec{m}_j$  é o momento de dipolo nas partículas  $j$ ,  $d_j$  é a distância entre as partículas  $i$  e  $j$ , sendo  $\hat{d}_j$  seu vetor unitário. Supondo uma interação entre as partículas somente da mesma cadeia e que as mesmas estão separadas pela mesma distância,  $d_j = jd$ .

Substituindo a eq. (3.19) na (3.17), tem-se

$$\vec{m}_i = \frac{4}{3} \pi r^3 \mu_0 \mu_r \chi \left[ H_0 + 2 \sum_{j=1}^n \frac{3 \hat{d}_j (\hat{d}_j \cdot \vec{m}_j) - \vec{m}_j}{4 \pi \mu_0 \mu_r (jd)^3} \right]. \quad (3.20)$$

Assumindo que o dipolo magnético permanece constante durante a deformação do MRE, pode-se considerar que o ângulo de deformação  $\Theta$  (FIGURA 8) é igual a 0, e que  $d_0 \approx d$  ( $d_0$  é a distância inicial entre as partículas que formam o dipolo). Devido à cadeia de partículas ser longa, é possível considerar que os momentos de dipolo são auto-consistentes, isto é,  $\vec{m}_i = \vec{m}_j = m$ . Assim, a eq. (3.20) pode ser reescrita da seguinte forma,

$$m(H_0) = \frac{4}{3} \pi r^3 \mu_0 \mu_r \chi H_0 \left[ \frac{1}{1 - (4/3) \chi \zeta (r/d_0)^3} \right], \quad (3.21)$$

em que  $\zeta$  (constante de Apéry), para  $n \rightarrow \infty$  corresponde a

$$\zeta = \sum_{j=1}^n \frac{1}{j^3} \approx 1.202, \quad (3.22)$$

e representa a influência da magnetização entre as partículas da cadeia de partículas ao longo da direção do campo magnético.

Reescrevendo a eq. (3.16), a interação de energia entre uma partícula em uma cadeia de partículas pode ser expressa como

$$W_i = \sum_{i \neq j} W_{ij} = 2 \sum_{j=1}^n W_{ij} = -\zeta \frac{|m|^2}{2\pi\mu_0\mu_r} \left( \frac{1 - 3\cos^2 \Theta}{d^3} \right). \quad (3.23)$$

A força cisalhante necessária para superar a força magnética gerada pelo campo magnético entre duas partículas é dada pela seguinte derivada,

$$F_G = -\frac{\partial W_i}{\partial d} \cos \Theta, \quad (3.24)$$

em que, da FIGURA 8, tem-se que  $\sin \Theta = (d/d_0)$  e  $\cos \Theta = \left( \sqrt{d^2 - d_0^2} \right) / d$ , para uma deformação cisalhante. Com isso, a eq. (3.24) se torna,

$$F_G = \frac{2}{3} \zeta \frac{(5d_0^2 - d^2) m^2 \sqrt{d_0^2 - d^2}}{\pi \mu_0 \mu_r d^7}. \quad (3.25)$$

Assim, o incremento do módulo dinâmico de cisalhamento, devido ao efeito MR, pode ser representado como

$$\Delta G = \frac{nF_G}{\xi}, \quad (3.26)$$

em que  $\xi$  é a deformação cisalhante ( $\xi = \cos \Theta$ ) e  $n$  é o número de cadeias de partículas em uma seção unitária, que pode ser determinado por

$$n = \frac{3\phi d_0}{4\pi r^3}. \quad (3.27)$$

Substituindo as eqs. (3.25) e (3.27) na eq. (3.26) obtém-se o incremento do módulo dinâmico de cisalhamento de um material sujeito a um determinado campo magnético, de modo que

$$\Delta G(H_0) = \frac{9}{8} \frac{\phi \zeta m^2 (4 - \xi^2)}{d_0^3 \pi^2 r^3 \mu_0 \mu_r (1 + \xi^2)^{7/2}} \quad (3.28)$$

em que  $\phi$  é a fração em volume das partículas ferromagnéticas em relação ao volume de MVE. Supõe-se que esse incremento varia somente em função da intensidade do campo magnético.

Considera-se também, para o modelo matemático, a hipótese de que o MRE é isotrópico, e, conseqüentemente, a distância entre as partículas é uniforme e a deformação infinitesimal. Assim, a eq. (3.28) pode ser reescrita da seguinte forma,

$$\Delta G(H_0) = \frac{9}{2} \frac{\phi \zeta m^2}{d_0^3 \pi^2 r^3 \mu_0 \mu_r}. \quad (3.29)$$

O valor de incremento de módulo devido ao campo magnético aplicado, eq. (3.29), pode ser adicionado ao módulo de cisalhamento dinâmico, eq. (3.12), conforme apresentado em Shen, Golnaraghi e Heppler (2004), Deng, Gong e Wang (2006) e Guo, Du e Li (2014).

Dessa forma, o módulo de cisalhamento dinâmico do MRE pode ser representado como

$$G_{MRE}(\omega, T, H_0) = G_r(\omega, T) + \Delta G(H_0) \quad (3.30)$$

e o módulo complexo de cisalhamento de um MRE como

$$G_{MRE}^*(\omega, T, H_0) = G_{MRE}(\omega, T, H_0) + i\Im[G^*(\omega, T)] \quad (3.31)$$

ou,

$$G_{MRE}^*(\omega, T, H_0) = G_{MRE}(\omega, T, H_0) [1 + i\eta_{MRE}(\omega, T, H_0)], \quad (3.32)$$

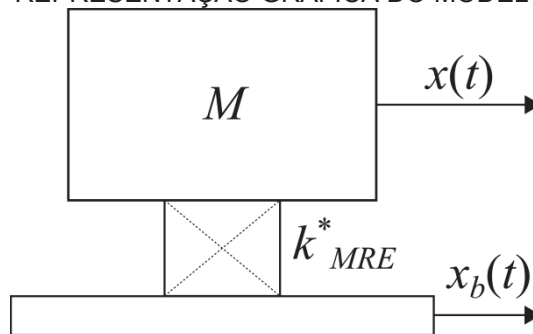
em que o fator de perda do MRE,  $\eta_{MRE}$ , é dado por

$$\eta_{MRE}(\omega, T, H_0) = \frac{\Im[G^*(\omega, T)]}{G_{MRE}(\omega, T, H_0)}. \quad (3.33)$$

### 3.4 TRANSMISSIBILIDADE

A curva de transmissibilidade de movimento analítica em vibrações, considerando um modelo de 1 GDL, é obtida pela relação entre o movimento de sua base e de sua massa. A FIGURA 9 mostra a representação do modelo de 1 GDL, que consiste de uma massa  $M$  ligada a uma base rígida por um dispositivo flexível de rigidez complexa,  $k_{MRE}^*$ , posto que o dispositivo é constituído por um MRE.

FIGURA 9 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO DE 1 GDL



FONTE: O autor (2019).

O equilíbrio dinâmico do sistema é dado por

$$k_{MRE}^*(\omega, T, H_0) [x_b(t) - x(t)] = M \ddot{x}(t), \quad (3.34)$$

em que  $x(t)$  e  $x_b(t)$  representam os movimentos da massa e da base do sistema, respectivamente. O movimento  $x_b$  é considerado prescrito. Assume-se também que o mesmo não é afetado pelo movimento gerado na massa do sistema.

Conforme Nashif, Jones e Henderson (1985), a rigidez complexa do dispositivo com MRE pode ser dada por

$$k_{MRE}^*(\omega, T, H_0) = \mathcal{G} G_{MRE}^*(\omega, T, H_0), \quad (3.35)$$

em que  $G_{MRE}^*$  é o módulo complexo do MRE e  $\mathcal{G}$  o fator geométrico do dispositivo. Considerando a hipótese de pequenos deslocamentos, com estado de cisalhamento predominante no dispositivo flexível, o fator geométrico é dado por

$$\mathcal{G} = \frac{A}{h}, \quad (3.36)$$

em que  $A$  é a área do dispositivo com MRE sujeita ao cisalhamento e  $h$  é a sua espessura.

Aplicando a transformada de Fourier e rearranjando a eq. (3.34), obtém-se a transmissibilidade complexa do sistema, qual seja,

$$T_{MRE}^*(\omega, T, H_0) = \frac{k_{MRE}^*(\omega, T, H_0)}{k_{MRE}^*(\omega, T, H_0) - M\omega^2}. \quad (3.37)$$

Substituindo a eq. (3.35) na (3.37) e dividindo por  $\mathcal{G}$ , a equação analítica de transmissibilidade se torna

$$T_{MRE}^*(\omega, T, H_0) = \frac{G_{MRE}^*(\omega, T, H_0)}{G_{MRE}^*(\omega, T, H_0) - M_g \omega^2}, \quad (3.38)$$

em que  $M_g = M/\mathcal{G}$ . Dessa forma, o valor de  $G_{MRE}^*$  pode ser estimado por meio de um conjunto de curvas de transmissibilidade.

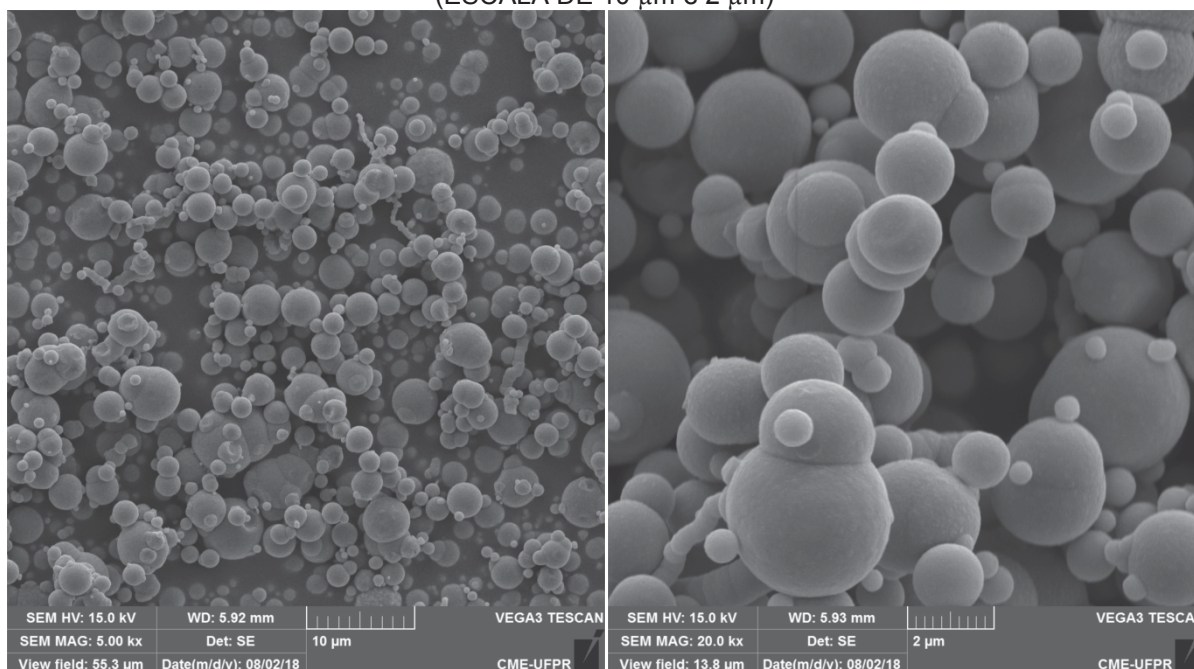
## 4 MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados os materiais utilizados para a análise: as partículas ferromagnéticas, o elastômero magneto-reológico e o sistema de 1 GDL empregado. Também são mostrados a metodologia experimental para a obtenção das curvas de transmissibilidade e o problema inverso de otimização formulado para a obtenção dos parâmetros do MRE.

### 4.1 PARTÍCULAS FERROMAGNÉTICAS

As partículas ferromagnéticas utilizadas na composição do MRE são um pó de ferro carbonila (CIP), adquiridas da empresa Sigma-Aldrich (código do produto C3518). Como o tamanho e o formato do material ferromagnético utilizado no MRE tem importância significativa no modelo matemático do “efeito MR”, essas características foram verificadas, conforme apresentado na FIGURA 10, por meio de um microscópio eletrônico de varredura (MEV), modelo Vega3 da Tecscan.

FIGURA 10 - FOTOS DO CIP OBTIDAS COM O MEV PARA DIFERENTES APROXIMAÇÕES (ESCALA DE 10  $\mu\text{m}$  e 2  $\mu\text{m}$ )



FONTE: O autor (2019).

Dessa forma, foi possível determinar o formato das partículas, que se apresentaram predominantemente esféricas. Além disso, uma amostragem aleatória selecionou 630 partículas. A seleção se deu da seguinte forma: foram obtidas 7

imagens diferentes de partículas. Cada imagem foi dividida em 9 partes iguais e dentro de cada parte foram selecionadas 10 partículas de maneira aleatória para medição. Com isso, foi possível obter o diâmetro médio das partículas, conforme apresentado na TABELA 1.

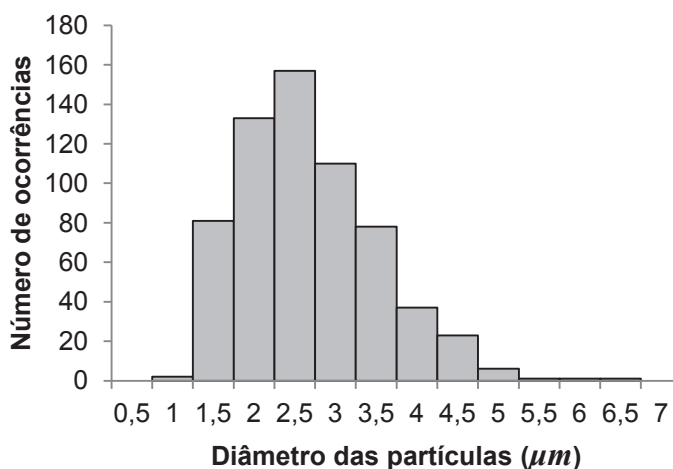
TABELA 1 – DADOS SOBRE O DIÂMETRO DAS PARTÍCULAS DE CIP (EM  $\mu\text{m}$ )

Média	2,439
Mediana	2,286
Desvio padrão	0,845
Variância	0,714
Valor máximo	6,286
Valor mínimo	1,000

Fonte: O autor (2019).

Os dados de medição diâmetro das partículas também podem ser representados por meio um histograma, tal qual o exposto na FIGURA 11.

FIGURA 11 – HISTOGRAMA DO DIÂMETRO DAS PARTÍCULAS DE CIP



FONTE: O autor (2019).

## 4.2 ELASTÔMERO MAGNETO-REOLÓGICO

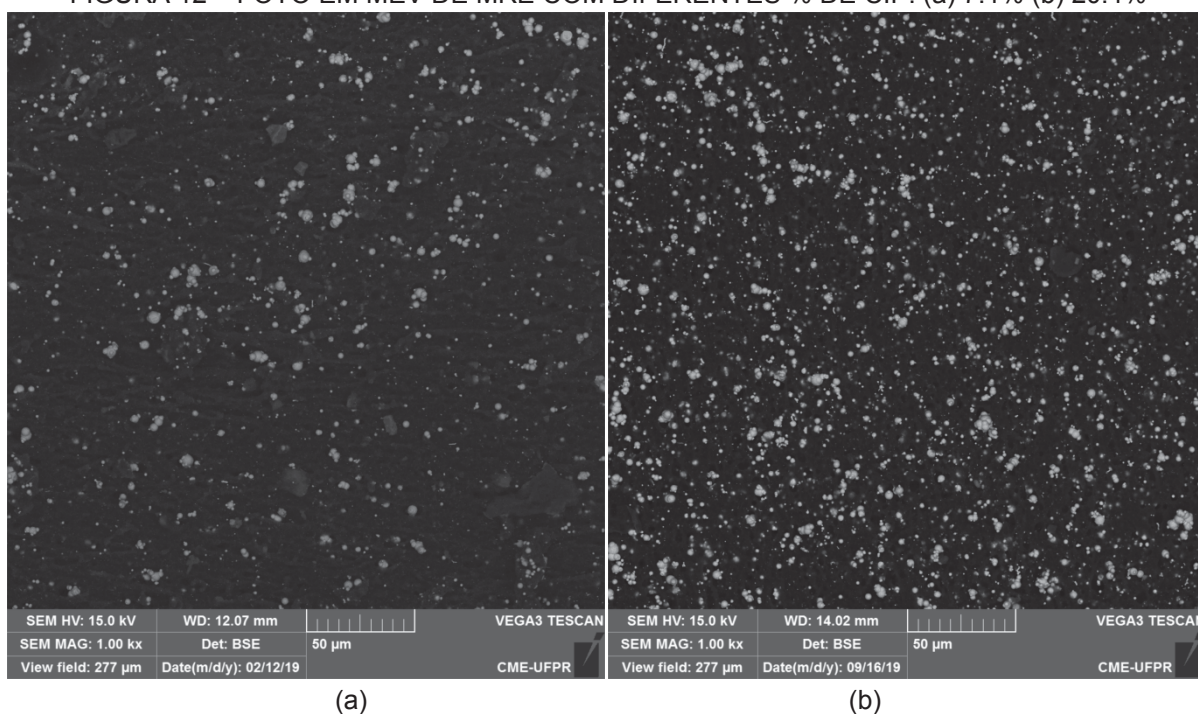
O material viscoelástico que serve como matriz base do MRE é um composto de borracha butílica (BT-806/55), que é feito a partir de uma mistura de borracha butílica, EPDM (60/40), negro de fumo e plastificante, fornecido pela empresa Croslin. A mistura entre o MVE e o CIP foi feita durante a formação do composto de borracha, o que pôde garantir uma mistura com boa distribuição de



partículas na matriz, se aproximando de um material com distribuição de partículas isotrópica (FIGURA 5(a)).

Para a realização dos ensaios experimentais, foram consideradas duas razões entre o CIP e o MVE: uma misturando 0,5 kg de CIP com 1,0 kg de MVE resultando em um MRE com uma fração volumétrica de 7,1% de partículas ferromagnéticas (MRE<sub>7%</sub>); e outra de 1,0 kg de CIP com 0,7 kg de MVE, onde o MRE ficou com uma fração volumétrica de 20,4% de partículas (MRE<sub>20%</sub>). As FIGURA 12(a) e (b) apresentam as fotos realizadas em MEV para ambas as frações de partículas.

FIGURA 12 – FOTO EM MEV DE MRE COM DIFERENTES % DE CIP. (a) 7.1% (b) 20.4%



FONTE: O autor (2019).

As frações volumétricas de CIP imersas na matriz de MVE puderam ser corroboradas pelo espectro de espectroscopia de energia dispersiva (Energy-Dispersive Spectroscopy - EDS). Essa técnica de análise de imagem tem a capacidade de identificar os elementos químicos presentes em um material. Para os MREs analisados, foi constatada a presença de 7,9 % de ferro no MRE<sub>7%</sub> e de 20,8% de ferro no MRE<sub>20%</sub>, que são valores próximos aos considerados nas misturas.



### 4.3 SISTEMA DE 1 GDL

Para a realização dos experimentos, foram construídos dois sistemas mecânicos, para o modelo aproximado de um grau de liberdade (1 GDL), contendo uma base de alumínio, uma massa de aço e mantas de MRE, que funcionou como elemento de união entre as partes, conferindo a rigidez e amortecimento do sistema. As dimensões dos dois sistemas utilizados nos ensaios experimentais estão descritas na TABELA 2.

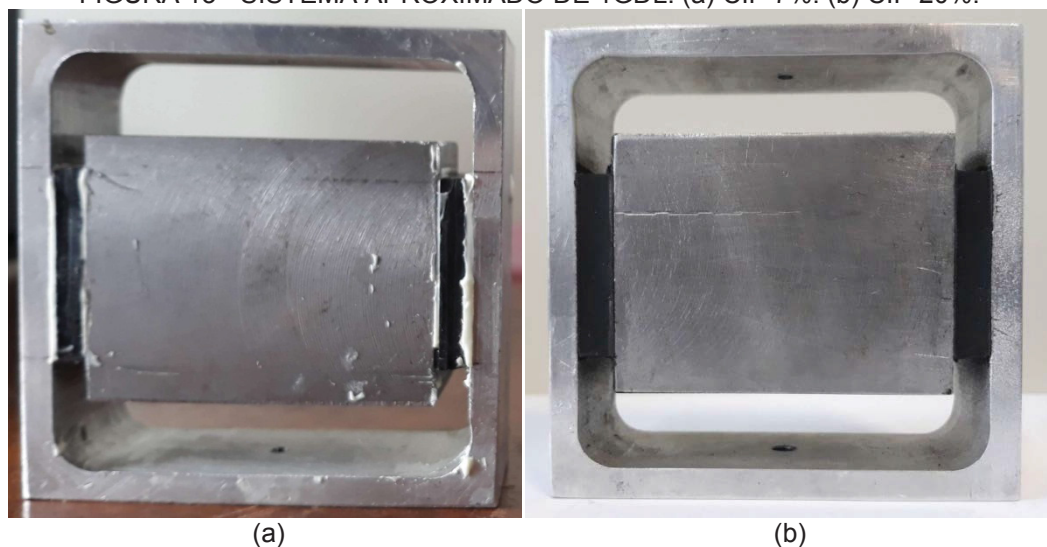
TABELA 2 – DIMENSÕES DAS AMOSTRAS UTILIZADAS NOS EXPERIMENTOS

Dimensões	MRE <sub>7%</sub>			MRE <sub>20%</sub>		
	Base	Massa	MRE	Base	Massa	MRE
Altura (mm)	76,2	42,0	29,8	76,2	42,0	29,5
Largura (mm)	76,0	55,0	-	76,0	55,0	-
Profundidade (mm)	30,0	29,8	30,0	30,0	29,8	29,5
Espessura (mm)	5,0	-	4,0	5,0	-	5,5
Massa (kg)	0,113	0,538	-	0,115	0,541	-

FONTE: O autor (2019).

Existiram diferenças entre as dimensões do MRE<sub>7%</sub> e do MRE<sub>20%</sub>. Estas diferenças se deram pelo fato de que o material com 7% foi adicionado ao sistema por um adesivo rígido (LORD, ref. LA 017 a/b), enquanto que o com 20% de CIP foi vulcanizado diretamente nas partes metálicas do sistema de 1 GDL. Os sistemas podem ser observados na FIGURA 13.

FIGURA 13 - SISTEMA APROXIMADO DE 1GDL. (a) CIP 7%. (b) CIP 20%.

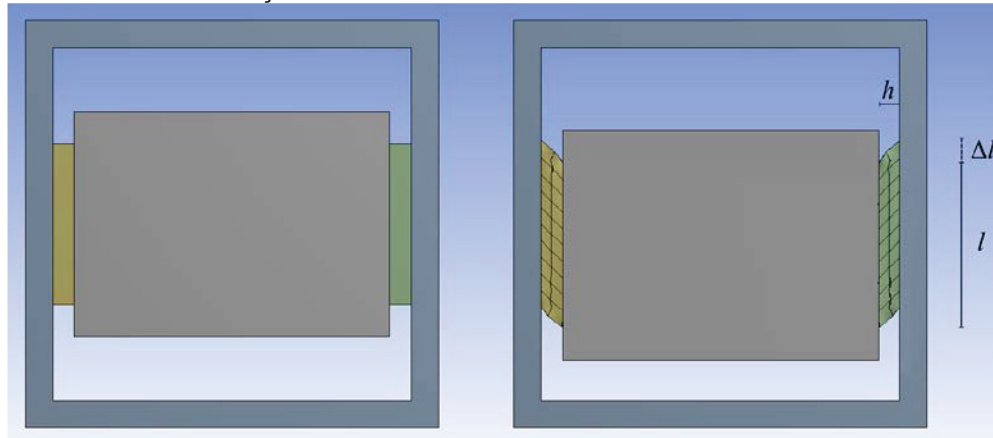


FONTE: O autor (2019).

#### 4.4 CÁLCULO DO PARÂMETRO $M_g$

O parâmetro  $M_g$  relaciona a massa do sistema<sup>2</sup> com o fator geométrico da manta de MRE, conforme foi apresentado na eq. (3.36). A FIGURA 14 mostra uma representação do sistema de 1 GDL em repouso e em movimento, durante a realização do experimento.

FIGURA 14 – REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DURANTE O ENSAIO DE TRANSMISSIBILIDADE



FONTE: O autor (2019).

Como, no sistema, o MRE está disposto em duas posições, a área do material sujeita ao cisalhamento é representada por

$$A = 2(l \cdot e). \quad (4.1)$$

em que  $l$  é a altura e  $e$  a profundidade de cada manta de MRE.

Considerando a hipótese de pequenas deformações, pode-se dizer que a deformação cisalhante de cada manta é dada por

$$\gamma \cong \tan \lambda = \frac{\Delta l}{h}, \quad (4.2)$$

em que  $\lambda$  é o ângulo formado entre  $h$  (espessura) e  $\Delta l$  (deformação). Uma vez que tensão cisalhante média pode ser representada por

$$\sigma = G^* \gamma \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} = G^* \left( \frac{\Delta l}{h} \right), \quad (4.3)$$

e a rigidez pode ser dada por  $F/\Delta l$ . Portanto, tem-se que

<sup>2</sup> A massa do sistema é composta da massa de aço e 1/3 da massa das mantas de MRE. Nesse caso, a massa do MRE foi desconsiderada por ser muito menor (cerca de 2%) que a massa de aço.

$$k^* = F/\Delta l = G^* \left( \frac{A}{h} \right), \quad (4.4)$$

de onde decorre, por comparação com a eq. (3.35), que o fator geométrico pode ser dado por

$$g = \frac{k^*}{G^*}. \quad (4.5)$$

Dessa forma, o parâmetro  $M_g$  pode ser representado por

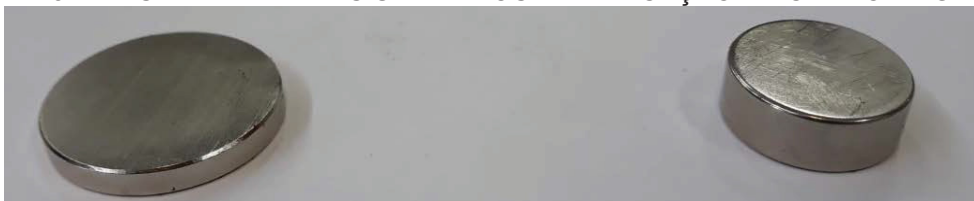
$$M_g = \frac{M}{g} = \frac{MG^*}{k^*} = \frac{MG^*h}{G^*(2le)} \therefore M_g = M \frac{h}{2le} \quad (4.6)$$

#### 4.5 TRANSMISSIBILIDADE – ENSAIO EXPERIMENTAL

O ensaio de transmissibilidade consistiu em excitar a base do sistema ao longo de certa faixa de frequência e extrair uma curva que é determinada pela razão entre o movimento da base e da massa de aço. Este movimento causa uma deformação predominantemente em cisalhamento no MRE, sendo possível assim, ao variar os parâmetros de frequência, temperatura e campo magnético, obter, indiretamente, em conjunto com a eq.(3.38), o módulo de cisalhamento complexo do material.

O campo magnético foi aplicado utilizando ímãs permanentes (vide FIGURA 15). Com diferentes montagens em série destes ímãs, foi possível aplicar três intensidades de campos diferentes: 0.3 T, 0.4 T e 0.5 T. Esses valores são médias aproximadas das medições. O valor de campo magnético pode variar conforme a posição de medição no MRE, porém foram considerados constantes por simplificação do modelo e devido à pouca variação (menor que 5%) nas medições. Os campos magnéticos atuantes no MRE foram medidos por um gaussímetro (TLMP-HALL-20k v9.0, GlobalMag), considerando a influência da geometria de construção do sistema de 1 GDL.

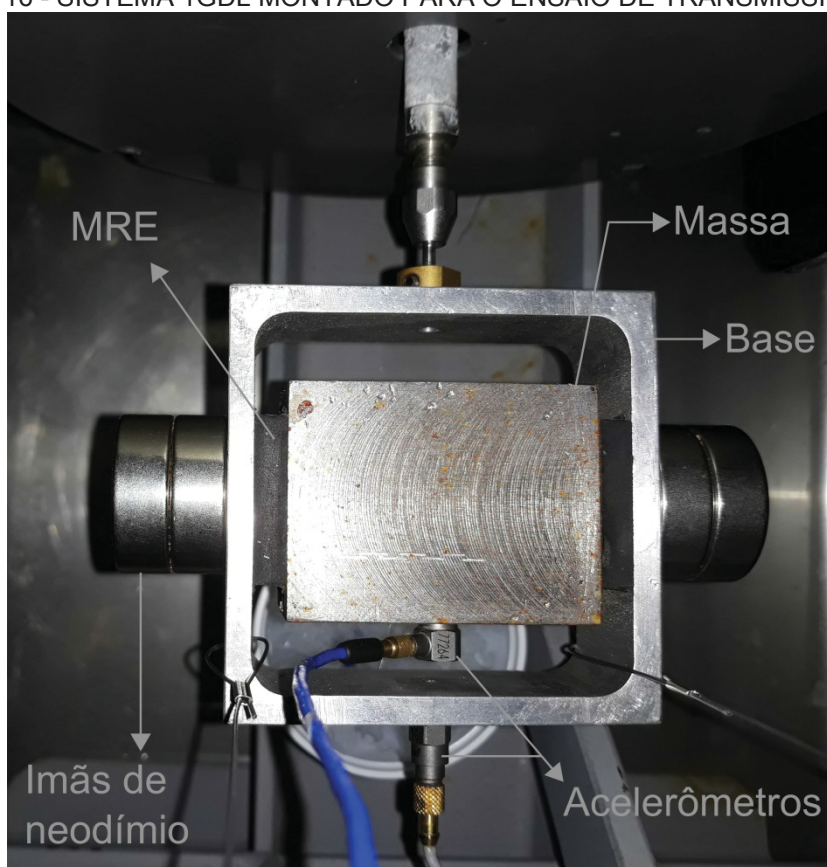
FIGURA 15 - ÍMÃS PERMANENTES UTILIZADOS NA APLICAÇÃO DE CAMPO MAGNÉTICO



FONTE: O autor (2019).

A excitação da base foi realizada por um excitador eletromecânico, também conhecido como *shaker* (modelo 4824, Brüel & Kjær). As respostas em aceleração medidas na base do sistema e na massa foram realizadas por dois acelerômetros (modelos 352C65 e 352C68, PCB Piezoelectronics). A FIGURA 16 apresenta o sistema montado, já com o posicionamento dos ímãs para a aplicação do campo magnético, que para este caso foi de 0.4 T.

FIGURA 16 - SISTEMA 1GDL MONTADO PARA O ENSAIO DE TRANSMISSIBILIDADE

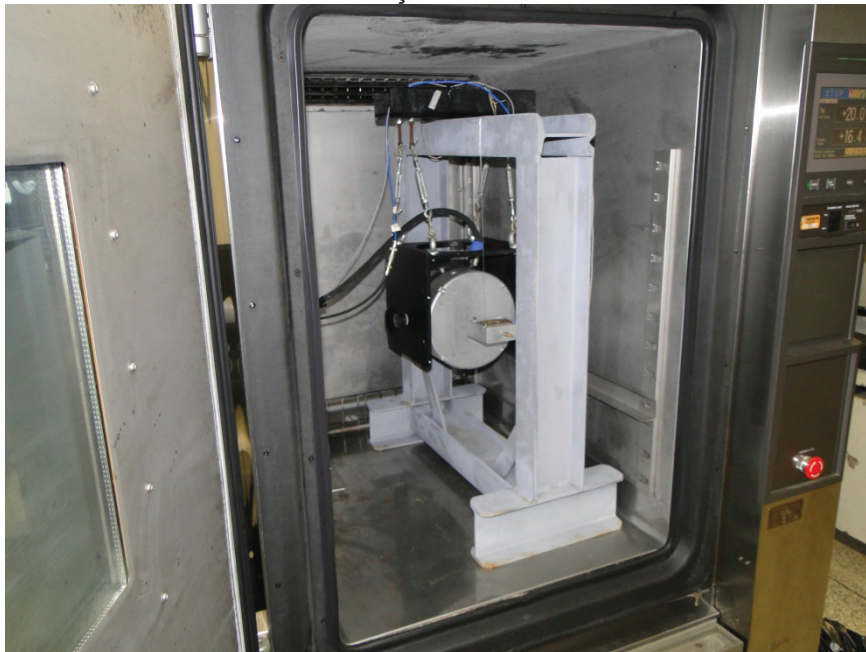


FONTE: O autor (2019).

A variação de temperatura nos ensaios foi realizada através do uso de uma câmara com controle de temperatura (modelo PU-3KP, Espec). O sistema de medição foi acoplado a um suporte rígido e alocado no interior da câmara (vide FIGURA 17). Apesar deste tipo de montagem permitir uma flexibilização da medição, no sentido de poder realizá-la sem a aquisição de um sistema específico, ele possui uma desvantagem: a faixa de temperatura de ensaio deve obedecer ao limite operacional de temperatura do *shaker*. Foram obtidas curvas de transmissibilidade para 10 temperaturas diferentes entre 273 e 318 K, em intervalos de 5 K. Para cada

temperatura e campo foram obtidas três curvas, e os valores apresentados posteriormente correspondem aos valores médios de cada ensaio.

FIGURA 17 - SISTEMA DE MEDIÇÃO ALOCADO NA CÂMARA TÉRMICA



FONTE: O autor (2019).

O controle da excitação, bem como a aquisição dos sinais dos sensores, foi realizado pelo equipamento COMET USB (LDS Datacron) e os sinais foram analisados no software de controle do equipamento (vide FIGURA 18). A cada medição realizada, foi obtida uma curva de transmissibilidade do sistema, em uma faixa de frequência entre 100 e 800 Hz, com resolução de 1 Hz.

FIGURA 18 - SISTEMA DE CONTROLE DO ENSAIO DE TRANSMISSIBILIDADE



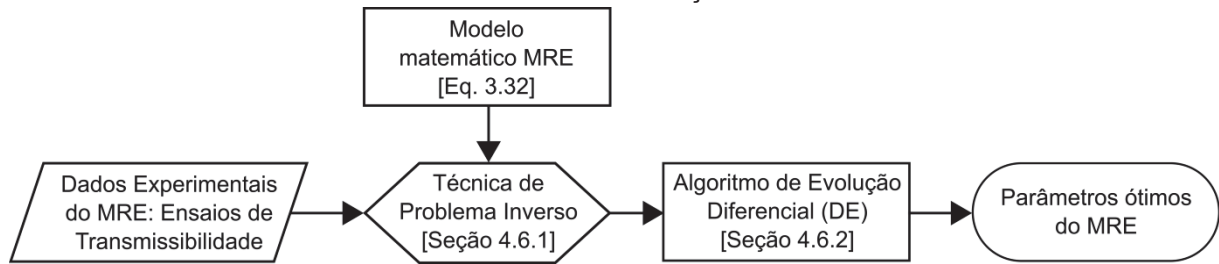
FONTE: O autor (2019).



#### 4.6 METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO

Com base nos dados obtidos experimentalmente, foi utilizada a técnica de problema inverso, com o objetivo de identificar uma série de parâmetros da matriz viscoelástica, eq. (3.15), e das partículas ferromagnética, eq. (3.29), imersas nessa matriz. Essa identificação foi realizada usando técnicas de otimização global, por meio de um algoritmo de evolução diferencial, que buscou minimizar o erro médio quadrático entre as curvas de transmissibilidade experimental e numérica. Assim foi possível obter as propriedades dinâmicas do MRE, eq.(3.31), considerando a variação de três agentes externos: frequência, temperatura e campo magnético aplicado. A FIGURA 19 apresenta um diagrama da metodologia de caracterização.

FIGURA 19 - METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DO MRE



FONTE: O autor (2019).

##### 4.6.1 Problema inverso

A técnica de problema inverso utilizado neste trabalho é chamada de metodologia dinâmica integrada, conforme descrito no trabalho de Lopes et al. (2004). Nesta metodologia, é utilizada uma matriz de erro relativo complexo ( $e_{jkl}^*$ ), que representa a diferença entre os valores da curva de transmissibilidade complexos obtidos experimentalmente,  $T_{EXP}^*$ , e numericamente,  $T_{MRE}^*$ , segundo a eq. (3.38), de modo que

$$e_{jkl}^* = \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \frac{T_{EXP}^*(\omega_j, T_k, H_l) - T_{MRE}^*(\omega_j, T_k, H_l)}{T_{EXP}^*(\omega_j, T_k, H_l)}, \quad (4.7)$$

em que  $o$ ,  $p$  e  $q$  representam o número de frequências, temperaturas e campos magnéticos medidos, respectivamente. Dessa forma, a função objetivo do problema de otimização pode ser definida como

$$g(\mathbf{y}) = \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q e_{jkl}^{*T} \cdot e_{jkl}^*, \quad (4.8)$$

que representa o erro quadrático da matriz de erro complexa, eq.(4.7).

O vetor  $\mathbf{y}$ , utilizado na eq. (4.8), contém as variáveis do projeto de otimização, representando os parâmetros presentes nas eq. (3.15) e (3.29) que serão identificados. Esse vetor é definido como

$$\mathbf{y} = [G_0 \quad G_1 \quad \beta \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad d_0 \quad \mu_r \quad \chi]. \quad (4.9)$$

Cada parâmetro do vetor projeto possui restrições do tipo desigualdade (barreiras),

$$y_{\min}^i \leq y^i \leq y_{\max}^i \quad (4.10)$$

nas quais  $y_{\min}^i$  e  $y_{\max}^i$  representam os valores máximos e mínimos possíveis para cada  $i$ -ésima variável de projeto. Para este caso, as restrições estão descritas na TABELA 3.

TABELA 3 – RESTRIÇÕES DO VETOR PROJETO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Parâmetro ( $y$ )	Restrição mínima	Restrição máxima
$G_0$ (Módulo de cisalhamento estático) [Pa]	1,0e+03	1,0e+09
$G_1$ (Parâmetro de módulo de cisalhamento)	1,0e+03	1,0e+09
$\beta$ (Parâmetro fracionário)	1,0e-04	1,0e+00
$\theta_1$ (Parâmetro WLF [eq. (2.9)])	5,0e+00	5,0e+01
$\theta_2$ (Parâmetro WLF [eq. (2.9)]) [K]	5,0e+01	4,0e+02
$d_0$ (Distância média entre as partículas) [m]	1,0e-09	1,0e-05
$\mu_r$ (Permeabilidade magnética do MVE)	9,0e-01	1,0e+01
$\chi$ (Susceptibilidade magnética do CIP)	1,0e-01	1,0e+04

Fonte: O autor (2019).

Estes valores são os valores finais utilizados durante o processo de otimização. Anteriormente as restrições apresentavam maior amplitude, porém não houve melhorias na minimização da função objetivo do problema,  $g(\mathbf{y})$ .

#### 4.6.2 Método de otimização – Algoritmo de evolução diferencial (DE)

No presente trabalho é utilizado um método de otimização global, com base no método de algoritmo de evolução diferencial (*differential evolution* - DE), introduzido por Storn e Price (1997). A otimização por meio do algoritmo de evolução diferencial é um método que tenta encontrar uma melhor solução candidata para um problema, iterativamente, até uma determinada condição de parada. Assim como a técnica de algoritmos genéticos, a DE é um método metaheurístico, ou seja, tem como característica fazer pouca ou nenhuma suposição sobre o problema de otimização, podendo buscar soluções candidatas em espaços muito amplos.

Entretanto, este tipo de técnica não garante uma solução ótima. A cada iteração, a DE gera uma solução candidata à ótima e mantém uma população de soluções candidatas. Na iteração seguinte, uma combinação entre estas e a solução ótima gera uma nova solução ótima, até que um critério de parada seja atendido.

Os principais parâmetros, que podem ter influência efetiva para o desempenho da otimização DE, são:

População (NP): o algoritmo de otimização opera em uma população com soluções candidatas, que são indivíduos de uma população. A população inicial é um vetor com valores aleatórios, onde estes valores são obtidos por uma faixa restrita de valores. Cada elemento do vetor representa um parâmetro a ser obtido (ONWUBOLU; BABU, 2004);

Mutação (F): essa operação consiste em, após uma solução preliminar ser obtida, o algoritmo gerar novos vetores candidatos adicionando uma diferença ponderada entre dois vetores de população ao vetor de solução anterior. Os valores de F representam um fator de escala, geralmente entre 0 e 1, que controlam a taxa em que a população evolui. Podem ser utilizados valores acima de 1, porém os mesmos podem levar a valores de convergência errôneos (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005; ZAHARIE, 2002);

Crossover (Cr): nessa etapa, dois ou mais vetores previamente selecionados são recombinaados a fim de criar um ou mais vetores candidatos com valores aleatórios. Os valores de Cr vão de 0 a 1 e controlam a fração dos valores dos parâmetros que são copiados do vetor que sofreu mutação. Valores próximos a 0 alteram gradualmente alguns parâmetros do vetor a cada iteração, enquanto que em valores próximos a 1 favorecem o uso da maioria dos vetores teste da população



mutante, aumentando a velocidade do processo de otimização (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

Se o vetor candidato gerar um valor de função objetivo menor que o vetor candidato anterior, o vetor candidato substituirá o vetor anterior na geração seguinte. Algumas regras básicas para a seleção de parâmetros para o algoritmo DE estão descritas em Gämperle, Müller e Koumoutsakos (2002), Price, Storn e Lampinen (2005) e Storn (2002).

#### 4.7 ANÁLISE QUALITATIVA DOS RESULTADOS

Nesta seção é realizada uma análise qualitativa dos resultados, por meio do coeficiente de determinação, a fim de verificar de maneira mais clara a qualidade do modelo matemático. Além disso, foi utilizada uma análise por meio de componentes de variação e gráficos de controle, com a finalidade de demonstrar qual efeito externo estudado produz maior influência nos resultados experimentais.

##### 4.7.1 Coeficiente de determinação ( $R^2$ )

O coeficiente de determinação, ou  $R^2$ , é uma medida de ajuste de um modelo estatístico linear generalizado em relação aos valores observados que foi inicialmente descrita por Wright (1921). O  $R^2$  gera um fator entre 0 e 1, que está relacionado ao quanto o modelo pode explicar os valores observados. O valor de  $R^2$  é dado pela relação entre a soma dos quadrados dos resíduos,

$$SQR = \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \left[ T_{EXP}^* (\omega_j, T_k, H_l) - T_{MRE}^* (\omega_j, T_k, H_l) \right]^2, \quad (4.11)$$

com a soma dos quadrados das diferenças entre os valores experimentais e da média destes valores, isto é,

$$SQD = \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \left[ T_{EXP}^* (\omega_j, T_k, H_l) - \overline{T_{EXP}^*} (\omega, T, H) \right]^2, \quad (4.12)$$

em que  $\overline{T_{EXP}^*}$  é a média dos valores experimentais. Dessa forma, o coeficiente de determinação é dado por

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQD}. \quad (4.13)$$

Quando o  $R^2$  é igual a 1, significa que modelo matemático pode representar com perfeição os dados experimentais dentro do universo de dados amostrados. Se o valor para  $R^2$  se aproxima de 0, significa que a soma dos quadrados dos resíduos é tão significativa que é comparável à variância dos dados experimentais. Assim, quanto menor for a razão entre  $SQR$  e  $SQD$ , melhor é o resultado obtido (MEDEIROS JÚNIOR, 2010).

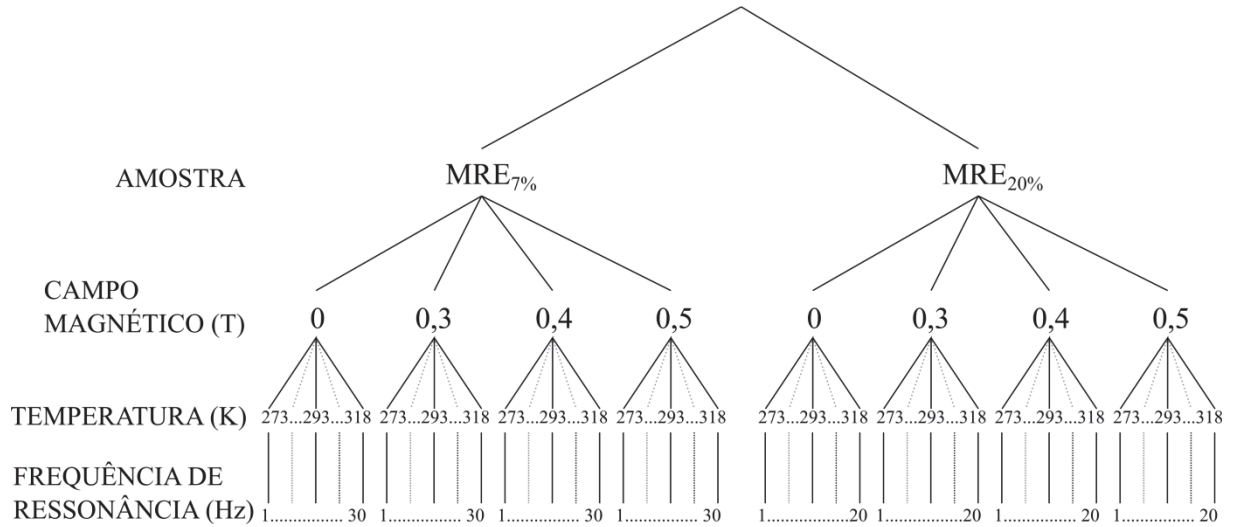
Apesar do uso extensivo do coeficiente de determinação não ser recomendado, sua utilização é oportuna, desde que visto como o resultado da comparação entre dois modelos, sendo um o modelo efetivamente empregado (analítico) e o outro, o modelo nulo (dados experimentais). A forma generalizada do  $R^2$ , eq. (4.13), pode ser utilizada em modelos de regressão não linear, tal qual o apresentado nesta tese, com relativa aceitabilidade (ANDERSON-SPRECHER, 1994).

#### 4.7.2 Componentes de Variação (COV)

A partir dos dados obtidos pelo ensaio de transmissibilidade, é possível identificar quais variáveis do ensaio têm mais influência no comportamento do sistema e por consequência, nas propriedades do MRE. No caso deste trabalho, será avaliada a modificação do valor das frequências de ressonância do sistema, de acordo com as variáveis de temperatura e campo magnético aplicado. Uma técnica simples de componente de variação (COV) pode ser usada para identificar as principais causas de variação na resposta do sistema experimental (VENTER; BECK; SILVA, 2016).

A análise de COV é utilizada extensivamente em diversos campos científicos e tem como principal objetivo determinar qualitativamente qual variável possui maior influência em um determinado resultado (SOLOMON; STANFORD, 2016). O método COV aplica o gráfico de variabilidade nos dados experimentais, usando uma árvore de amostragem para isolar cada variável. A FIGURA 20 apresenta a árvore de amostragem para os ensaios de transmissibilidade.

FIGURA 20 – ÁRVORE DE AMOSTRAGEM PARA O COV  
ENSAIO DE TRANSMISSIBILIDADE



FONTE: O autor (2019).

Neste caso, a árvore tem 4 níveis, com suas respectivas dependências – ou seja, a frequência de ressonância é dependente da temperatura, do campo magnético e da amostra ensaiada. Nota-se também que foram feitos 80 ensaios de transmissibilidade para o MRE<sub>70%</sub> (4 campos, 10 temperaturas e 2 repetições) e 120 ensaios para o MRE<sub>20%</sub> (4 campos, 10 temperaturas e 3 repetições).

Esses gráficos são usados para visualizar a variabilidade na resposta do sistema devido a cada conjunto (subgrupo) de variáveis, isolando uma variável em cada rodada (VENTER; BECK; SILVA, 2016), além de garantir que o experimento estivesse estatisticamente sob controle. Então, gráficos de  $\bar{X}/R$  são realizados para cada nível da árvore de experimentos (PRAJAPATI; MAHAPATRA, 2007). O gráfico de  $\bar{X}$  relaciona o valor médio de interesse e seus respectivos limites de variação, com uma determinada variável. Se o valor da variável de interesse extrapola os limites de variação, a variável estudada altera significativamente o valor de interesse. Já o gráfico de  $R$  determina a amplitude de variação no valor de interesse. Quando os valores de  $R$  estão dentro de seus limites de variação, se pode considerar que outros efeitos não afetaram significativamente o experimento.

O valor de  $\bar{X}$  e seus limites podem ser calculados por

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}}{mn}; \quad Lim = \pm A_2 \bar{R}, \quad (4.14)$$

em que  $x_{ij}$  são os valores do valor de interesse e  $\bar{R}$  é o valor médio encontrado para o gráfico  $R$ , que é dado por

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m \max(x_{ij}) - \min(x_{ij})}{m}; \quad Lim_{SUP} = D_4 \bar{R} \quad Lim_{INF} = D_3 \bar{R}. \quad (4.15)$$

Os valores de  $A_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  são tabelados, conforme descrito em Montgomery (2012).

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados, primeiramente, alguns dados prévios do sistema, além dos resultados obtidos por meio do algoritmo de otimização. Em seguida, os gráficos de transmissibilidade obtidos experimentalmente e numericamente são comparados e analisados por meio do coeficiente de determinação e do método de componentes de variação. Posteriormente são apresentados os resultados para o módulo de cisalhamento dinâmico do MRE e seus respectivos nomogramas.

### 5.1 OBTENÇÃO DE PARÂMETROS ÓTIMOS PARA O MRE

O algoritmo DE utilizado foi o empregado pela biblioteca *Scipy* da linguagem *Python*. Para a população inicial foram utilizados 10 vetores com valores aleatórios com base nos parâmetros a serem otimizados; para a mutação, cada geração utilizou valores aleatórios entre 0,5 e 1,0; e para o *crossover* foi escolhido o valor de 0,99.

A TABELA 4 apresenta alguns parâmetros utilizados nas eqs. (3.29) e (4.6), obtidos experimentalmente e da literatura, parâmetros esses que correspondem ao campo magnético aplicado sobre o MRE e ao fator geométrico do MRE utilizado no sistema de 1 GDL, respectivamente.

TABELA 4 - PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DE  $G_{MRE}^*$

Parâmetro	Valor		Referência
$\mu_0$ (permeabilidade magnética no vácuo)	$4\pi \times 10^{-7} \text{ [N.A}^{-2}\text{]}$		(MOHR; TAYLOR; NEWELL, 2012)
$r$ (raio médio das partículas)	1,225e-06 [m]		TABELA 1
$\phi$ (volume de CIP na matriz MVE)	7,13%	20,38%	Seção 4.2
$T_0$ (Temperatura de referência)	298 [K]		Equação (2.9)
$M_g$ (razão entre massa e fator geométrico)	1,030	1,709	Seção 4.4

Fonte: O autor (2019).

Os campos magnéticos aplicados, por meio de ímãs permanentes, na realização do experimento foram 0,3 T, 0,4 T e 0,5 T, além de um experimento que ocorreu sem a aplicação de campo. A diferença entre os valores de  $M_g$  ocorre devido à diferença de geometria nas mantas de MRE presente nas amostras, vide seção 4.3. Os valores encontrados através da metodologia proposta, para as amostras de MRE contendo 7% e 20% de CIP, estão apresentados na TABELA 5.

TABELA 5 – PARÂMETROS ÓTIMOS OBTIDOS PARA O MRE

Parâmetro	MRE <sub>7%</sub>	MRE <sub>20%</sub>
$G_0$ (Módulo de cisalhamento estático) [Pa]	3,183e+06	3,609e+06
$G_1$ (Parâmetro de módulo de cisalhamento)	2,241e+05	1,807e+05
$\beta$ (Parâmetro fracionário)	3,234e-01	3,801e-01
$\theta_1$ (Parâmetro WLF [eq. (2.9)])	8,512e+00	9,960e+00
$\theta_2$ (Parâmetro WLF [eq. (2.9)]) [K]	1,588e+02	1,964e+02
$d_0$ (Distância média entre as partículas) [m]	2,134e-06	1,652e-06
$\mu_r$ (Permeabilidade magnética do MVE)	9,945e-01	9,982e-01
$\chi$ (Susceptibilidade magnética do CIP)	4,560e+03	3,677e+03

Fonte: O autor (2019).

Os valores médios do erro quadrático, eq. (4.8), encontrados para os parâmetros foram: 1,88% para o MRE<sub>7%</sub> e 1,05% para o MRE<sub>20%</sub>, que são erros relativamente pequenos.

Os parâmetros encontrados se mostram coerentes com o esperado. Os valores de  $G_0$  e  $G_1$  possuem a mesma tendência, isto é, valores de  $G_0$  superiores aos de  $G_1$ , dos apresentados para MVEs em Bagley e Torvik (1983). A principal diferença, nesse caso, é a inserção de partículas ferromagnéticas, o que aumenta o valor principalmente de  $G_0$ , que é, neste caso, o módulo de cisalhamento dinâmico do material. Essa característica também se mostra válida na comparação entre quantidades de CIP no MRE, onde os valores de  $G_0$  para MRE<sub>7%</sub> são mais baixos que o do MRE<sub>20%</sub>. Já a diferença apresentada no parâmetro  $G_1$  é difícil de quantificar, pois o mesmo relaciona determinadas características físicas do MRE que devem ser analisadas separadamente (vide seção 3.1).

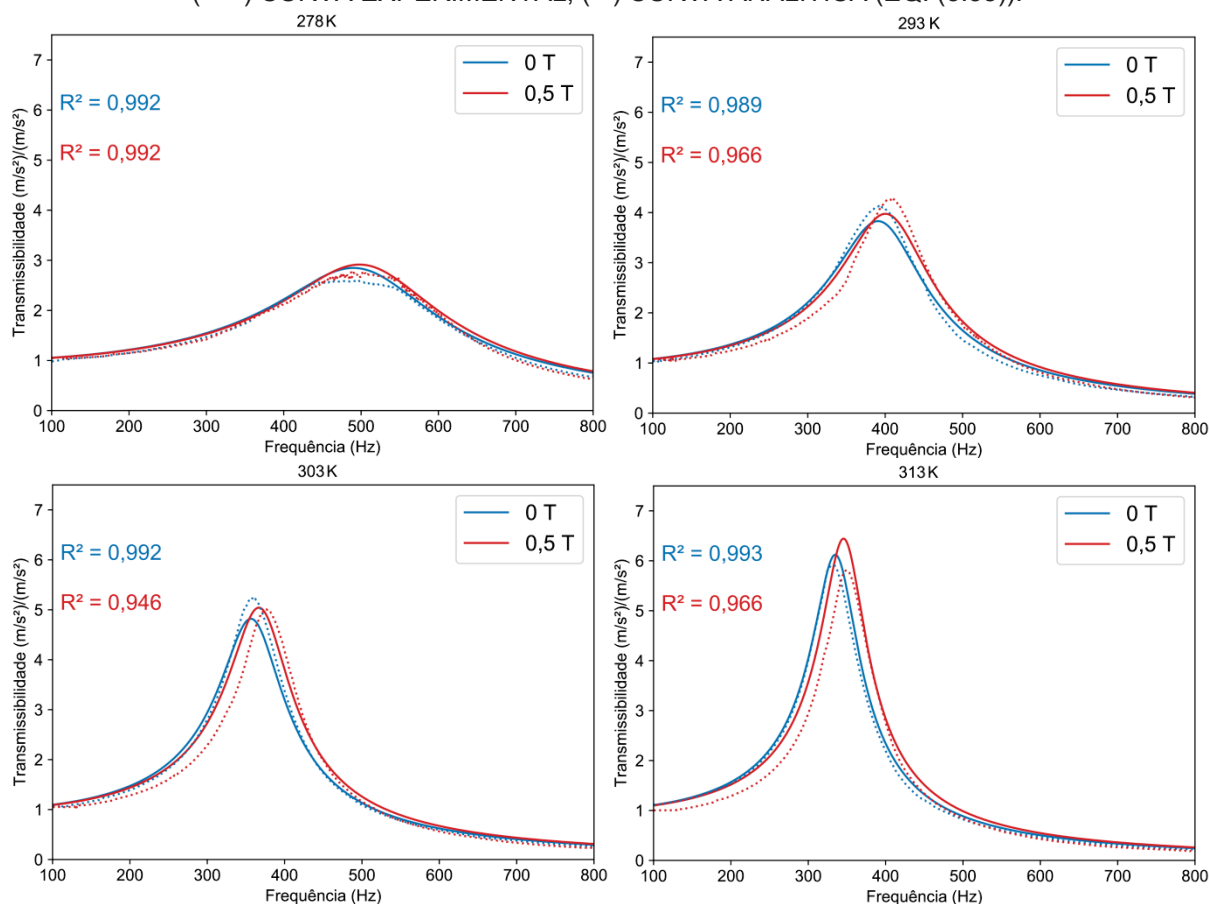
Os parâmetros  $\beta$ ,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  possuem pequenas diferenças, representando a influência da quantidade de CIP no MVE. Porém, neste caso, constata-se menor influência nas características dinâmicas do material.

Quanto aos parâmetros relacionados à influência do campo magnético, os valores para permeabilidade da matriz de MVE e suscetibilidade magnética do CIP seguem parâmetros próximos ao encontrado na literatura (SCHENCK, 1996; SHEN; GOLNARAGHI; HEPPLER, 2004). O valor da distância média entre as partículas muda de acordo com a quantidade de partículas presente no MVE. Dessa forma, o resultado obtido, exposto na TABELA 5, segue o esperado, ou seja, a distância entre as partículas foi reduzida quando a quantidade de CIP foi aumentada.

## 5.2 TRANSMISSIBILIDADE DO MRE<sub>7%</sub>

Algumas curvas numéricas e experimentais de transmissibilidade obtidas para o MRE<sub>7%</sub> estão dispostas na FIGURA 21. Foram obtidas três curvas em cada ensaio e aqui são apresentados seus valores médios. O conjunto completo de curvas médias está disponível no APÊNDICE 01 – Curvas de Transmissibilidade.

FIGURA 21 - CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE PARA DIFERENTES TEMPERATURAS.  
(•••) CURVA EXPERIMENTAL; (—) CURVA ANALÍTICA (EQ. (3.38)).



FONTE: O autor (2019).

Nota-se que as curvas selecionadas apresentam valores para  $R^2$  relativamente altos, demonstrando uma boa aproximação entre os valores obtidos analiticamente com os obtidos no experimento. Os valores de pico de frequência de ressonância também se mostram próximos, denotando uma pequena variação, em torno de 4% maior, entre os picos do sistema onde não foi aplicado campo magnético com o sistema com aplicação de 0.5 T. Entretanto, apesar do “efeito MR” ter se mostrado pequeno, o mesmo foi notado, de forma consistente, em todas as curvas de transmissibilidade, o que indica claramente seu potencial. Na TABELA 6,

são apresentados todos os valores de  $R^2$  obtidos para suas respectivas curvas de transmissibilidade para o  $MRE_{7\%}$ .

TABELA 6 -  $R^2$  DAS CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE DO  $MRE_{7\%}$ .

	273 K	278 K	283 K	288 K	293 K	298 K	303 K	308 K	313 K	318 K
0 T	0,989	0,992	0,983	0,990	0,989	0,986	0,992	0,994	0,993	0,799
0,3 T	0,990	0,995	0,992	0,988	0,989	0,980	0,987	0,995	0,993	0,953
0,4 T	0,986	0,984	0,990	0,979	0,987	0,968	0,972	0,985	0,992	0,975
0,5 T	0,982	0,992	0,990	0,734	0,966	0,948	0,946	0,948	0,966	0,947

Fonte: O autor (2019).

Nota-se que a maioria das curvas apresentou coeficientes de determinação altos, entre 0,97 e 0,99, e apenas em dois casos os resultados foram regulares: para o ensaio a 288 K e aplicação de campo com 0,5 T, com um  $R^2$  de 0,734; e para o ensaio a 318 K, sem aplicação de campo magnético, com 0,799. Como não foi identificado um padrão ou relação no aparecimento destas curvas com  $R^2$  mais baixo, estes resultados podem ter acontecido devido a algum erro experimental, não identificado durante a realização dos ensaios.

Os valores médios das frequências de ressonância do sistema de 1 GDL obtidos nos ensaios de transmissibilidade estão apresentados na TABELA 7. Pode ser observado que os resultados experimentais seguem o que era esperado: a frequência natural do sistema aumenta proporcionalmente com a diminuição da temperatura e com o aumento do campo magnético. Também se nota que a temperatura age de forma mais marcante na faixa entre 273 e 298 K, em todos os campos magnéticos aplicados. Já o campo magnético, apresenta um efeito menor, não demonstrando uma alteração acentuada nas frequências de ressonância. Apesar disso, a alteração da frequência de ressonância do sistema se mostra constante, ou seja, a cada incremento de campo magnético, houve uma alteração positiva na frequência natural.

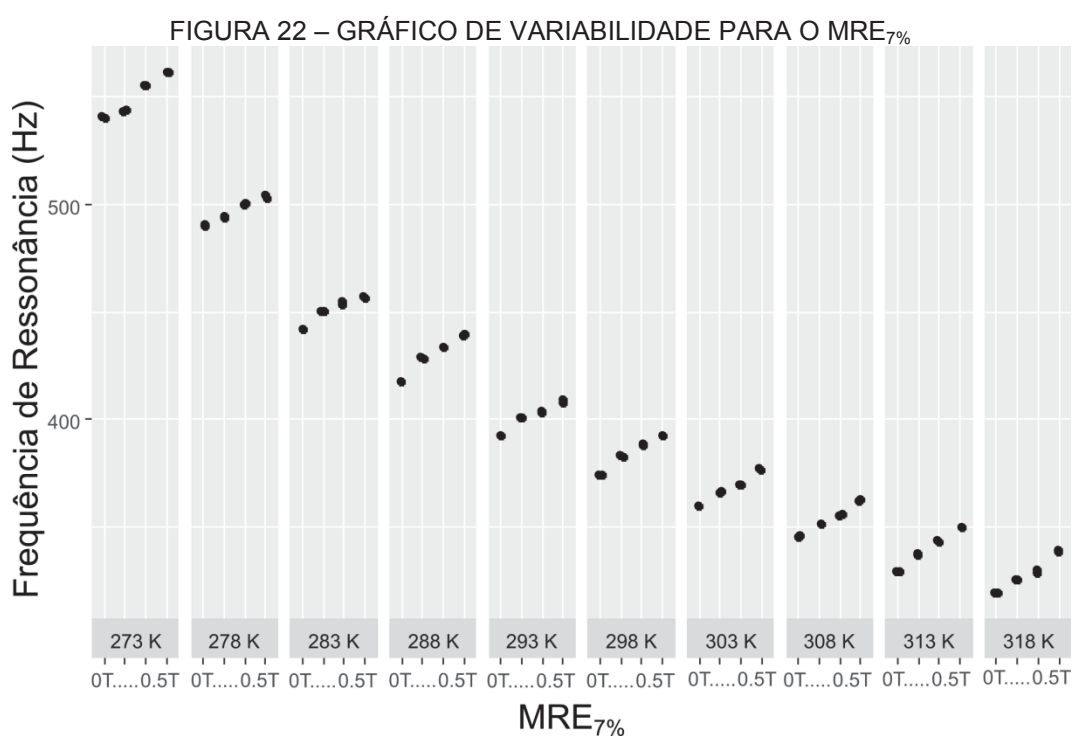
TABELA 7 - FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA (EM Hz) DO SISTEMA DE 1GDL DO  $MRE_{7\%}$ .

	273 K	278 K	283 K	288 K	293 K	298 K	303 K	308 K	313 K	318 K
0 T	540	487	442	427	392	374	360	345	333	320
0,3 T	544	489	450	433	401	384	366	354	337	325
0,4 T	551	500	452	436	404	388	370	356	343	329
0,5 T	555	504	452	445	408	392	377	362	350	339

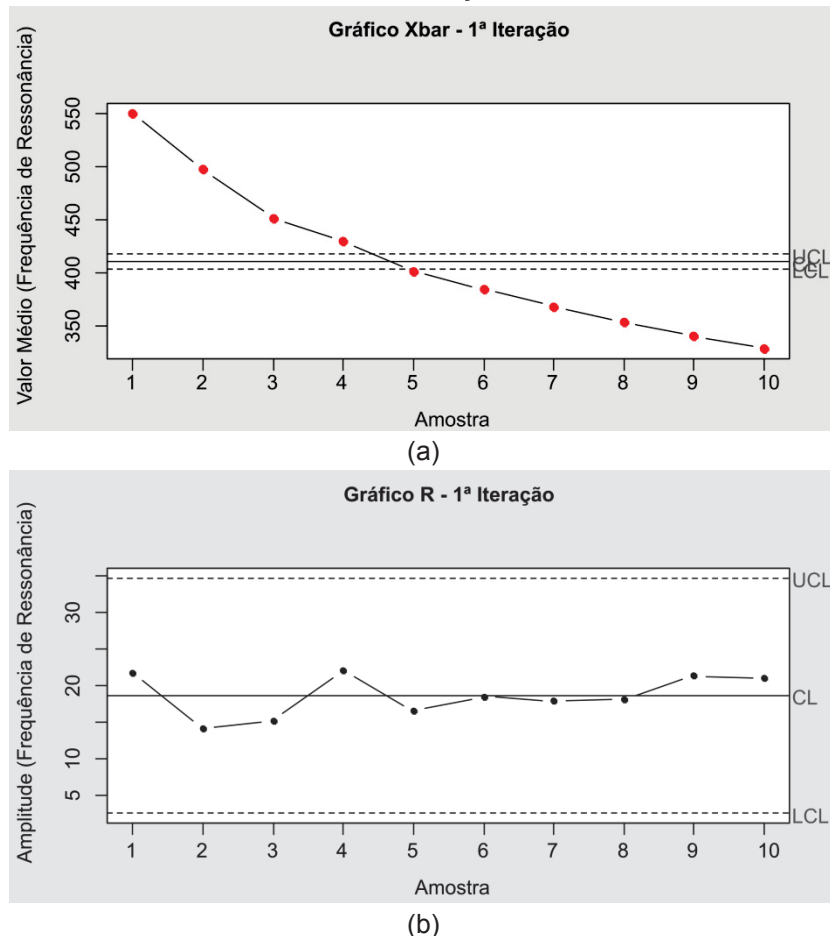
Fonte: O autor (2019).



Estes resultados podem também ser visualizados em um gráfico de variabilidade, conforme a FIGURA 22. Assim, é possível verificar estatisticamente se o experimento estava sob controle e também confirmar estatisticamente qual variável (temperatura ou campo magnético) tem um efeito maior nas frequências de ressonância medidas no ensaio. Os resultados também podem verificar a afirmação de que a aplicação do campo magnético é mais eficaz em temperaturas mais altas. O último nível da árvore de experimentos é o campo magnético, sendo precedido pela temperatura.



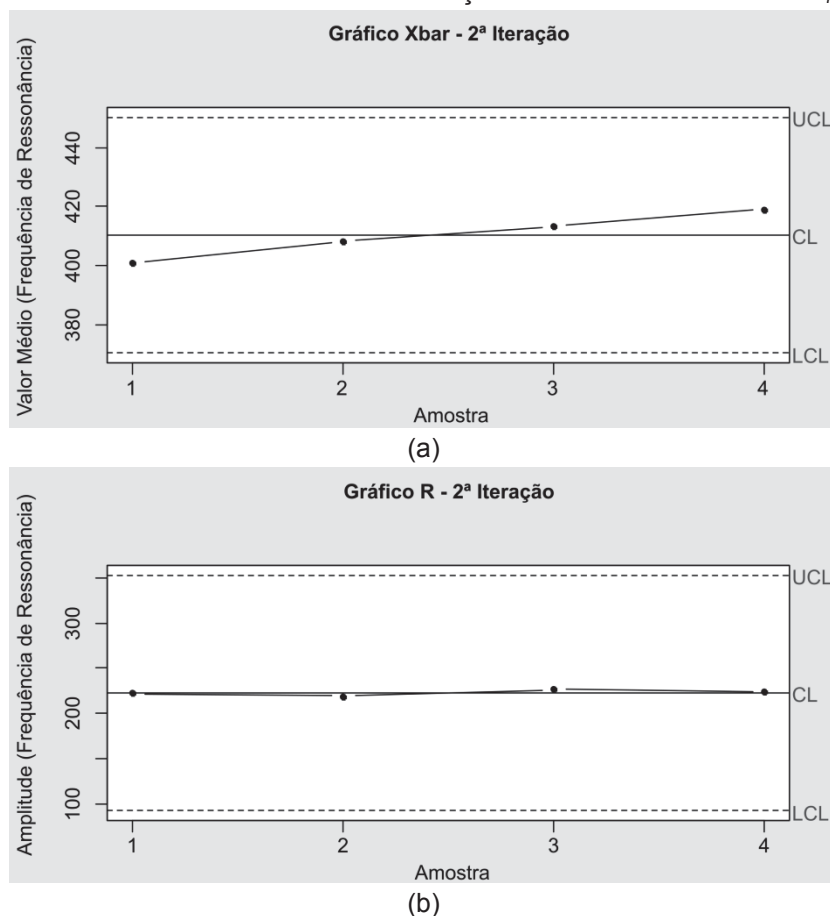
Na FIGURA 22 percebe-se claramente que principal causa de variação no resultado final é o parâmetro temperatura. É possível avaliar que a frequência de ressonância apresenta uma variação de 19 Hz com as alterações do campo magnético na temperatura mais alta (318K). No entanto, a frequência de ressonância tem uma variação de 220 Hz com as mudanças de temperatura, no caso em que nenhum campo magnético é aplicado. Essa percepção da alteração dos valores de frequência de ressonância do sistema, devido ao efeito da variação de temperatura e campo magnético, pode ser corroborada pelos gráficos de  $\bar{X}$  e  $R$ , apresentados na FIGURA 23 e na FIGURA 24.

FIGURA 23 – GRÁFICOS DA 1ª ITERAÇÃO DE  $\bar{X}$  E  $R$  PARA O MRE<sub>7%</sub>.

FONTE: O autor (2019).

O gráfico R na FIGURA 23 (b) mostra que o experimento está sob controle, uma vez que os valores de amplitude estão dentro dos limites inferior e superior. Já o gráfico  $\bar{X}$  mostra que a variação está fora do grupo estudado, pois as respostas do sistema estão fora dos limites superior e inferior, portanto, o campo magnético (último nível na árvore de experimentos) não é a principal causa de variação na frequência de ressonância.

Para realizar uma análise completa dos dados, é necessário eliminar o último nível da árvore de amostragem. Isso é realizado avaliando a média das respostas do sistema no nível a ser eliminado (VENTER; BECK; SILVA, 2016). A FIGURA 24 mostra os gráficos de  $\bar{X}$  e  $R$ , após essa eliminação.

FIGURA 24 – GRÁFICOS DA 2ª ITERAÇÃO DE  $\bar{X}$  E  $R$  PARA O MRE<sub>7%</sub>.

FONTE: O autor (2019).

O gráfico R mostra que o experimento está sob controle (FIGURA 24 (b)), pois os valores estão dentro dos limites inferior e superior. O gráfico  $\bar{X}$  mostra que a variação está dentro do grupo estudado, pois as respostas do sistema estão dentro dos limites superior e inferior.

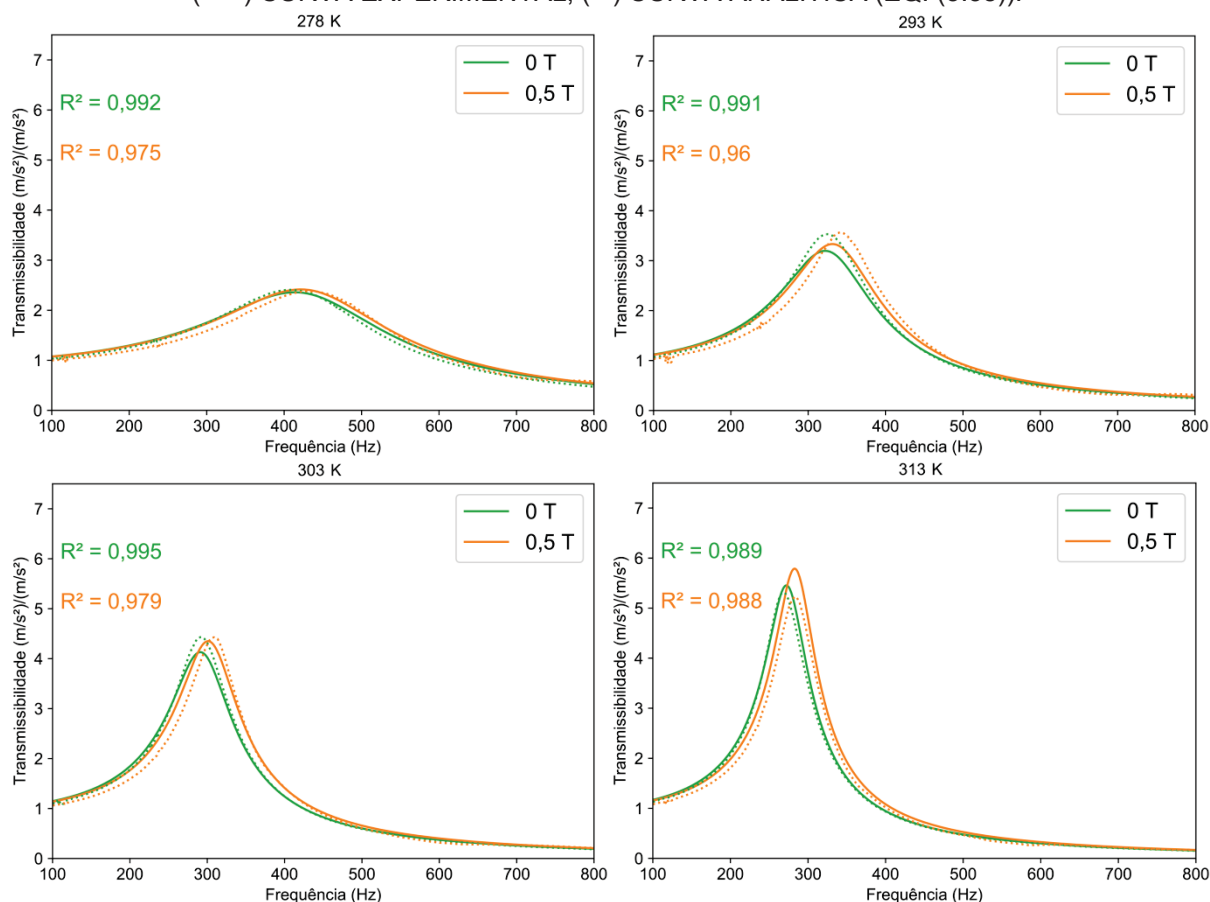
Como resultado, esses gráficos validam o resultado obtido no gráfico de variabilidade e na análise do nomograma, em que a temperatura foi observada como a principal causa de variação na resposta em frequência.

### 5.3 TRANSMISSIBILIDADE DO MRE<sub>20%</sub>

A FIGURA 25 apresenta algumas curvas numéricas e experimentais de transmissibilidade obtidas para o MRE<sub>20%</sub>. Foram obtidas três curvas de cada ensaio e aqui são apresentados seus valores médios. As curvas não apresentadas neste capítulo estão disponíveis no APÊNDICE 01 – Curvas de Transmissibilidade.

FIGURA 25 - CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE PARA DIFERENTES TEMPERATURAS.

(•••) CURVA EXPERIMENTAL; (—) CURVA ANALÍTICA (EQ. (3.38)).



FONTE: O autor (2019).

Nota-se que as curvas selecionadas apresentam valores para  $R^2$  relativamente altos, demonstrando uma boa aproximação entre os valores obtidos analiticamente com os obtidos experimentalmente. Os valores de pico de frequência de ressonância também se mantiveram próximos, variando entre os picos, sem aplicação de campo magnético e com a aplicação de campo máxima (0,5 T), em torno de 5%. Dessa forma, o “efeito MR” ainda se manteve baixo, apesar do aumento de quase quatro vezes em volume de partículas no MRE. Na TABELA 6 estão apresentados todos os valores de  $R^2$  obtidos, para suas respectivas curvas de transmissibilidade, para o MRE<sub>20%</sub>.

TABELA 8 -  $R^2$  DAS CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE DO MRE<sub>20%</sub>.

	273 K	278 K	283 K	288 K	293 K	298 K	303 K	308 K	313 K	318 K
0 T	0,996	0,992	0,994	0,992	0,991	0,991	0,995	0,998	0,989	0,953
0,3 T	0,994	0,995	0,995	0,993	0,991	0,988	0,987	0,994	0,997	0,981
0,4 T	0,992	0,993	0,994	0,993	0,990	0,990	0,991	0,987	0,994	0,972
0,5 T	0,975	0,975	0,978	0,981	0,960	0,957	0,979	0,988	0,988	0,966

Fonte: O autor (2019).

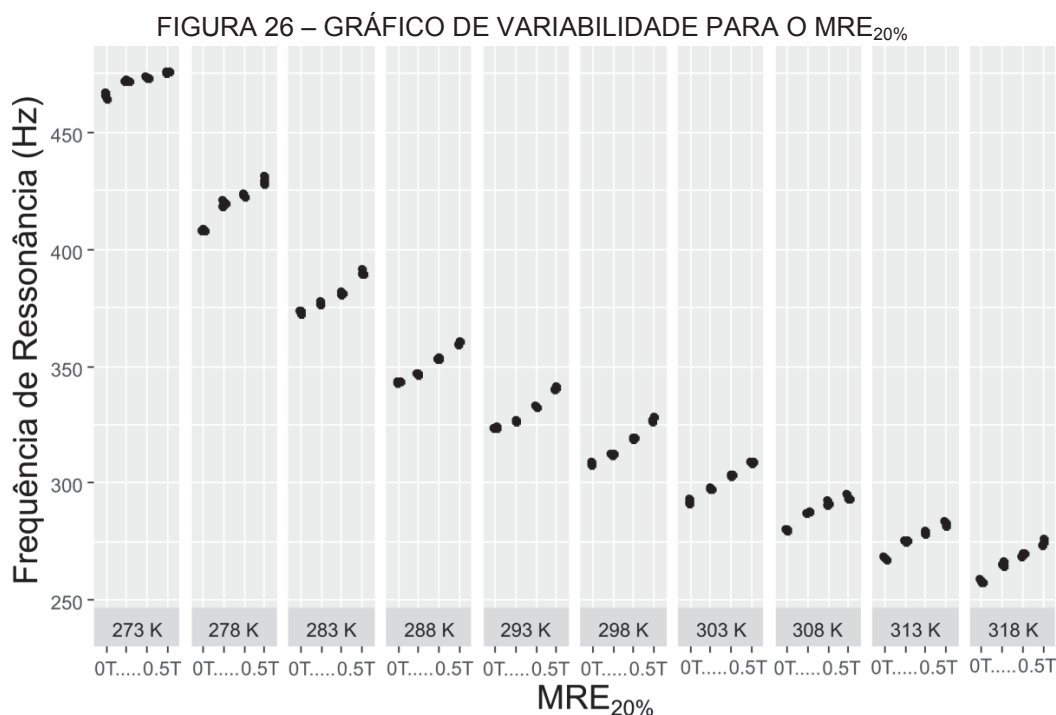
Para o  $MRE_{20\%}$  os valores de  $R^2$  foram todos altos, entre 0,99 e 0,95. Isso demonstra que o modelo conseguiu estimar com boa precisão os resultados experimentais, e que os ensaios ocorreram sem problemas significativos. Os valores de frequências de ressonância são apresentados na TABELA 9.

TABELA 9 - FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA (EM Hz) DO SISTEMA DE 1GDL DO  $MRE_{20\%}$ .

	273 K	278 K	283 K	288 K	293 K	298 K	303 K	308 K	313 K	318 K
0 T	466	413	373	343	324	308	292	280	268	258
0,3 T	472	420	377	347	326	313	297	288	276	265
0,4 T	473	423	481	353	333	319	303	291	279	270
0,5 T	476	430	390	361	341	325	309	294	283	275

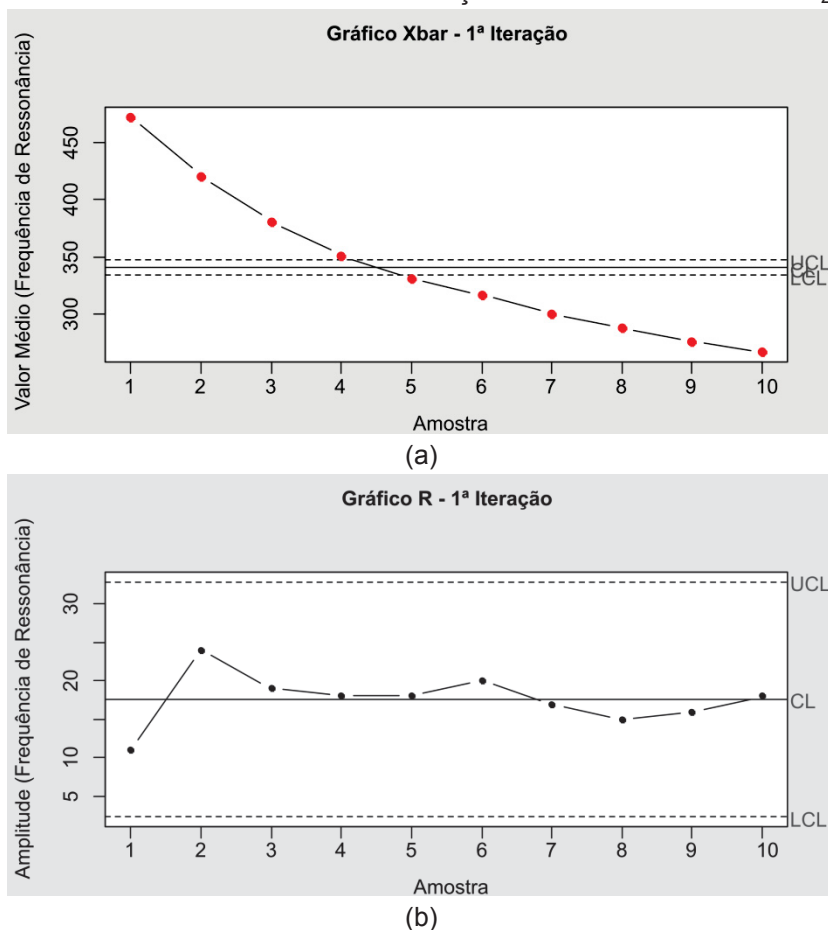
Fonte: O autor (2019).

Percebe-se que a tendência dos valores é similar ao  $MRE_{7\%}$ , onde existe um incremento da frequência natural de maneira proporcional à diminuição da temperatura e ao aumento do campo magnético. O efeito de temperatura também atua de maneira mais efetiva na faixa entre 273 e 298 K, para todos os campos magnéticos aplicados. O efeito de campo magnético também age de maneira semelhante ao material anterior. Essa relação pode ser vista também na FIGURA 26. Dessa forma, a alteração da frequência natural do sistema se mostra constante, apesar de pouco significativa. Para o  $MRE_{20\%}$ , o gráfico de variabilidade está apresentado na FIGURA 26.



Assim como visto anteriormente para o  $MRE_{7\%}$ , nota-se que a variável de maior influência na variação da frequência natural do sistema é a temperatura. É possível verificar que a variação máxima da frequência natural é de 17 Hz, devido às alterações do campo magnético, na temperatura mais alta (318 K). No entanto, a frequência natural apresenta uma variação de 208 Hz com as mudanças de temperatura, para o caso sem aplicação de campo magnético. Assim como no sistema anterior, essa percepção é confirmada pelos gráficos de  $\bar{X}$  e  $R$ , que estão apresentados nas FIGURA 27 e FIGURA 28.

FIGURA 27 – GRÁFICOS DA 1ª ITERAÇÃO DE  $\bar{X}$  E  $R$  PARA O  $MRE_{20\%}$

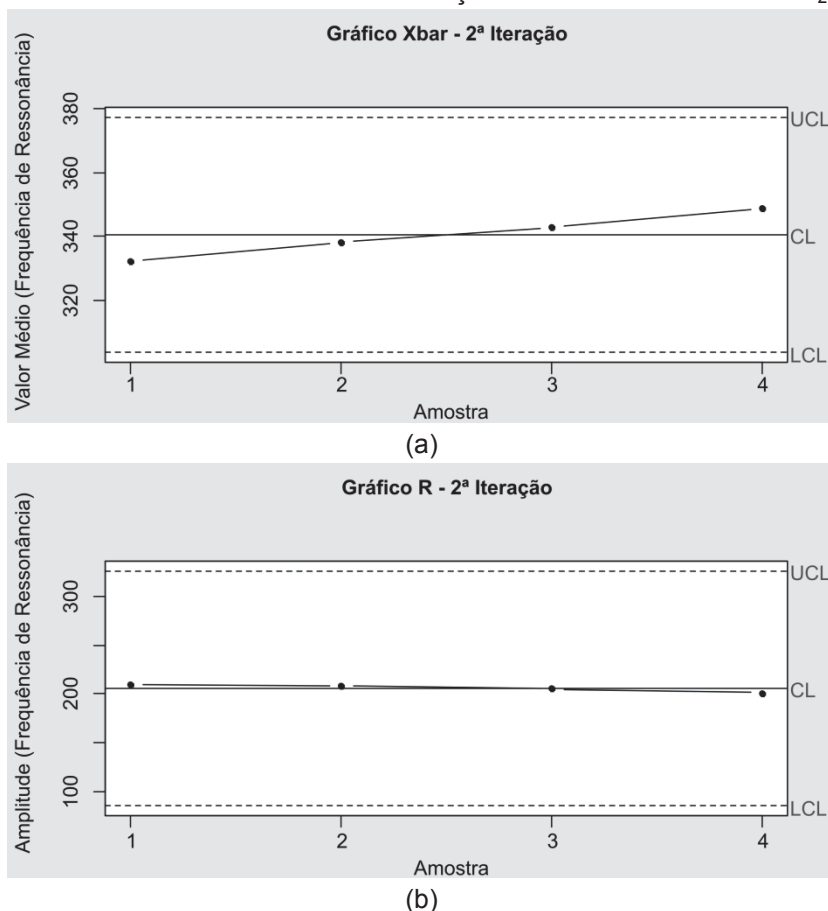


FONTE: O autor (2019).

Os resultados apresentados na FIGURA 27 são semelhantes aos mostrados na FIGURA 23: o gráfico  $R$  mostra que o experimento está sob controle e o gráfico de  $\bar{X}$  confirma que a variação está fora dos limites do grupo estudado, confirmando que o campo magnético não é a variável mais efetiva na alteração da frequência

natural. Eliminando o último nível da árvore de amostragem, tem-se na FIGURA 28 os gráficos de  $\bar{X}$  e  $R$ .

FIGURA 28 – GRÁFICOS DA 2ª ITERAÇÃO DE  $\bar{X}$  E  $R$  PARA O MRE<sub>20%</sub>.



FONTE: O autor (2019).

O gráfico de  $\bar{X}$ , FIGURA 28 (a), mostra que a variação das respostas do sistema está dentro do grupo analisado, pois as mesmas estão dentro dos limites superior e inferior. Isso mostra que a temperatura é a principal causa da variação da frequência natural. Já o gráfico  $R$ , FIGURA 28 (b), confirma o controle na realização do experimento, haja vista que seus valores estão dentro dos limites inferior e superior.

Considerando o efeito de campo magnético, os resultados apresentados não demonstram uma efetiva diferença entre o MRE<sub>7%</sub> e o MRE<sub>20%</sub>, o que era esperado devido ao aumento no número de partículas ferromagnéticas. Isso pode ter acontecido devido a diferenças na construção dos sistemas de 1 GDL. Conforme visto na TABELA 2 e na TABELA 4, o tamanho das mantas de MRE nos ensaios é diferente, devido ao método de união: a amostra com MRE<sub>7%</sub> foi colada entre a

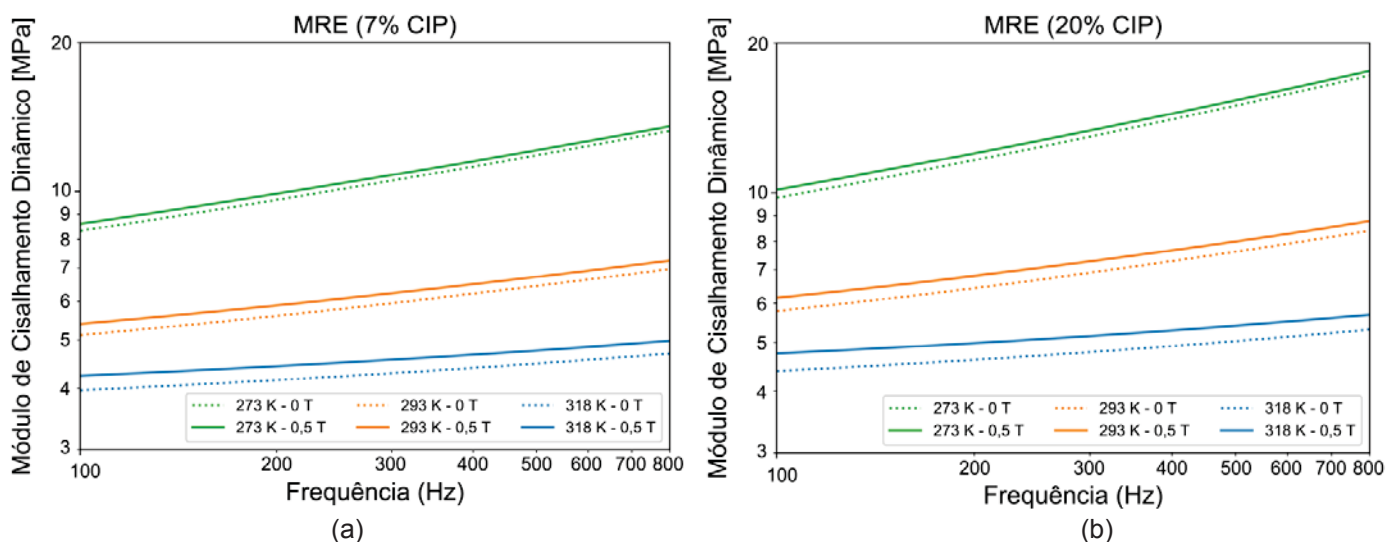
massa e a base e com  $MRE_{20\%}$  foi realizada a vulcanização do material diretamente entre a massa e a base. Ressalta-se que é improvável que o adesivo utilizado (epóxi – ref. LA 017 a/b) tenha afetado o módulo de cisalhamento do  $MRE_{7\%}$ , uma vez que seu módulo de cisalhamento é muito superior ao do MRE ( $\sim 40$  GPa).

Dessa forma, as análises nas curvas servem como uma base para a verificação dos modelos, com a comparação das curvas experimentais e analíticas; e também para a verificação dos efeitos dentro de uma amostra, pois essa diferença construtiva do modelo pode prejudicar a comparação entre amostras diferentes. Assim, uma comparação entre o  $MRE_{7\%}$  e o  $MRE_{20\%}$  pode ser mais interessante utilizando as curvas geradas pelos parâmetros obtidos na TABELA 5.

#### 5.4 MÓDULO DE CISALHAMENTO DINÂMICO E FATOR DE PERDA

Dado os valores encontrados na seção 5.1, foram obtidas as curvas de módulo dinâmico de cisalhamento para cada temperatura e campo magnético, em função da frequência. Algumas dessas curvas estão apresentadas na FIGURA 29. O restante das curvas está disponível no APÊNDICE 02.

FIGURA 29 – MÓDULOS DE CISALHAMENTO DINÂMICO. (a)  $MRE_{7\%}$ ; (b)  $MRE_{20\%}$



FONTE: O autor (2019).

A alteração de temperatura afeta de maneira bem significativa as propriedades dinâmicas, assim como já visto anteriormente. Em ambos os casos, em frequências baixas, o módulo dobra de valor entre a temperatura mais baixa e a mais elevada. Em frequências mais altas, o módulo é aproximadamente três vezes maior. Com relação ao efeito da aplicação de campo magnético, o mesmo foi mais

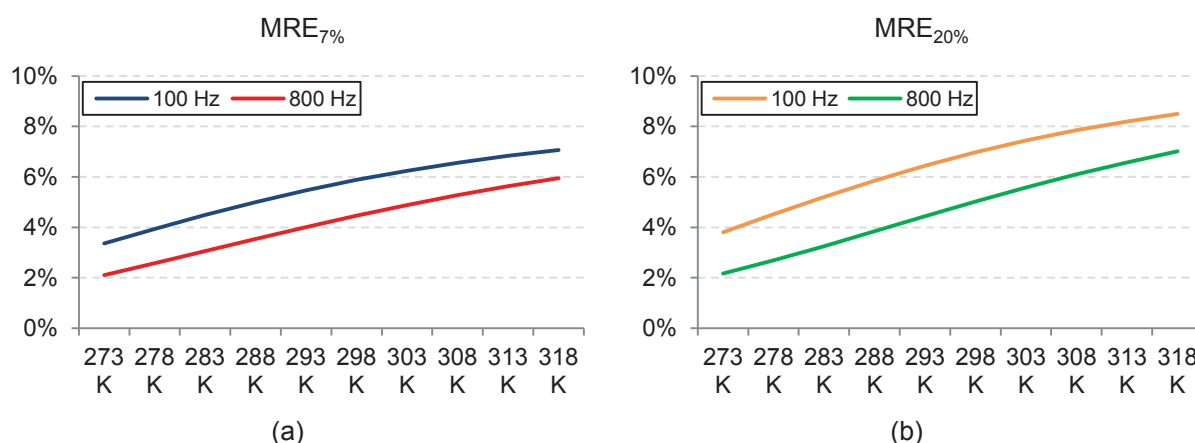


efetivo quando a quantidade de partículas e a temperatura era maior e a frequência mais baixa. O efeito MR para uma amostra pode ser calculado da seguinte forma (HAPIPI et al., 2019),

$$\text{Efeito MR} = \frac{G_{\max} - G_{\min}}{G_{\min}} \times 100 \quad (\%), \quad (5.1)$$

em que  $G_{\max}$  e  $G_{\min}$  são os módulos de cisalhamento dinâmicos máximo e mínimo do MRE para uma dada temperatura e frequência. Esse efeito pode ser exemplificado pela FIGURA 30, que mostra os “efeitos MR” nos MRE para as frequências máximas e mínimas (100 Hz e 800 Hz), em função da temperatura de ensaio.

FIGURA 30 – EFEITO MR PARA O MÓDULO DE CISALHAMENTO. (a) MRE<sub>7%</sub>; (b) MRE<sub>20%</sub>.



FONTE: O autor (2019).

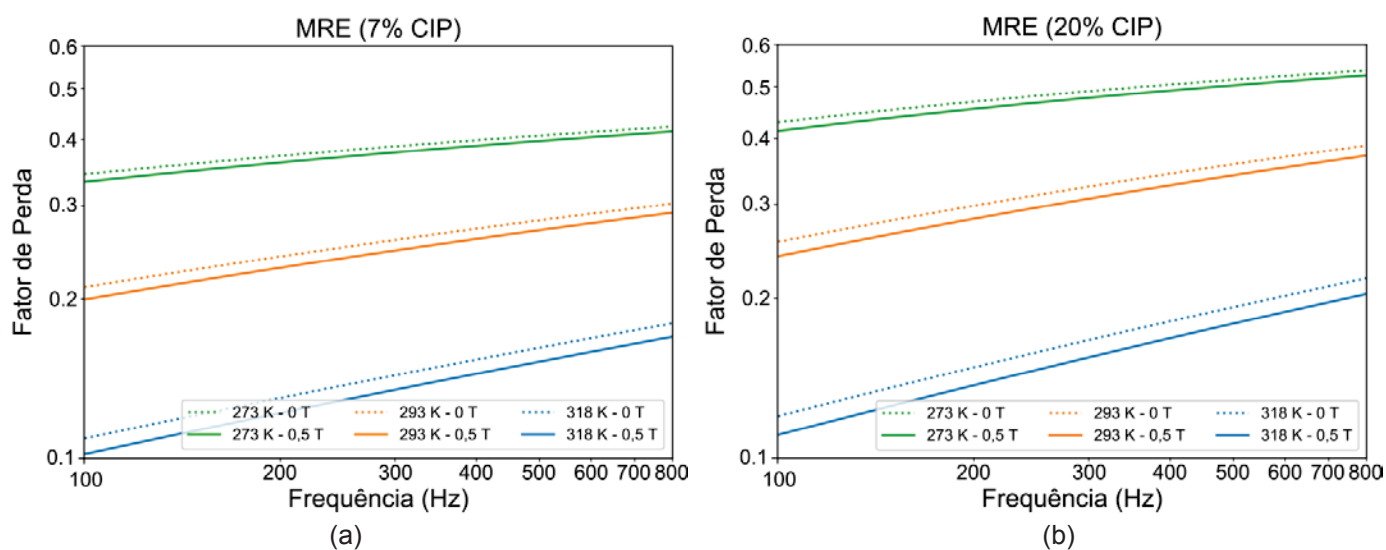
O efeito MR em ambos os casos foi muito semelhante, apesar de ser notado que o mesmo foi sensivelmente maior para o caso com maior proporção de partículas ferromagnéticas. Essa diferença de quantidade de CIP também se manifesta diretamente na diferença do efeito entre as frequências maiores e menores nas amostras. Também pode ser confirmado, claramente, que o efeito MR se manifesta com maior efetividade quando o MRE está menos rígido em função da temperatura. Nesse caso, o efeito MR no mínimo dobrou sua influência no módulo de cisalhamento.

Um dos motivos do efeito MR não ter apresentado valores relativamente mais altos é a rigidez da matriz MVE. Como a borracha butílica utilizada (BT-806/55) possui um módulo de cisalhamento relativamente alto, o efeito MR tende a ser menor. Isso se dá, fisicamente, pela maior dificuldade na movimentação das

partículas na matriz MVE. Matematicamente, o efeito MR é um valor constante dado pela eq. (3.29), dependente nesse caso do campo magnético e da proporção de partículas. Nesse caso, o efeito MR será menor para um MVE mais rígido e maior para um MVE menos rígido.

Em relação ao fator de perda, dado pela eq. (3.33), essas características geradas pela temperatura, frequência, campo magnético e quantidade de CIP agem de maneira semelhante, conforme apresentado na FIGURA 31. O fator de perda, apesar de não atingir seu valor máximo nesse caso (na frequência de transição,  $\omega_t$  conforme seção 2.1.3), se comporta de maneira inversa ao módulo de cisalhamento, ou seja, diminui de acordo com o incremento do campo magnético. A indicação mostra que o fator de perda diminui com o aumento da intensidade do campo magnético.

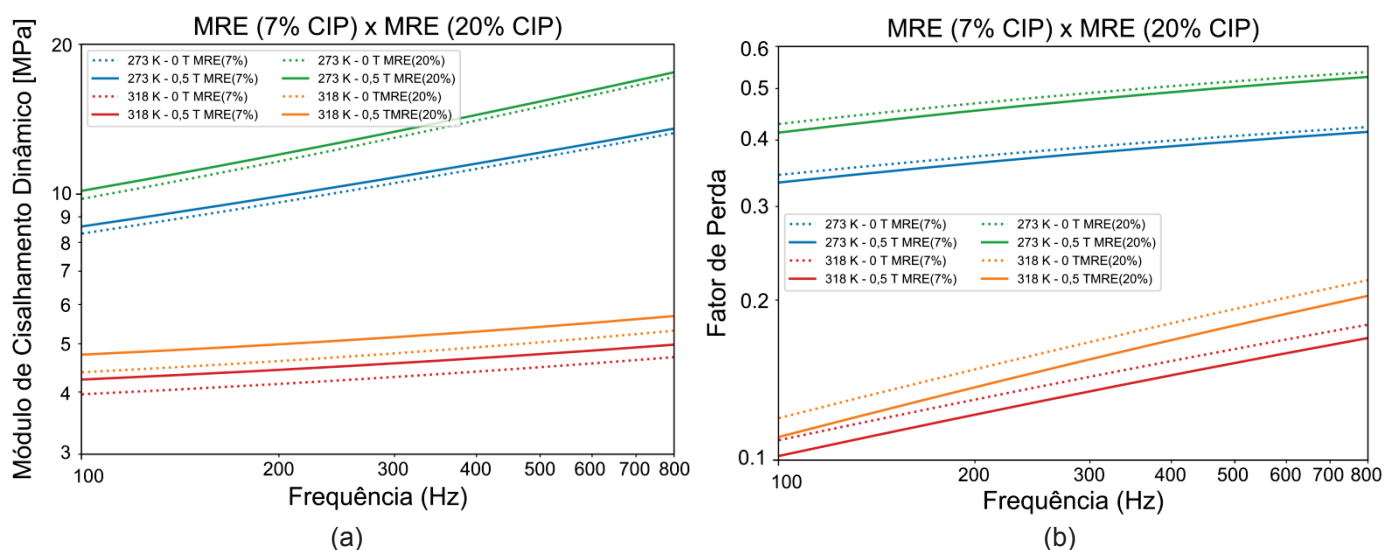
FIGURA 31 – FATOR DE PERDA DO MRE. (a) MRE<sub>7%</sub>; (b) MRE<sub>20%</sub>



FONTE: O autor (2019).

As propriedades de módulo de cisalhamento dinâmico e fator de perda para os MRE<sub>7%</sub> e MRE<sub>20%</sub> podem ser comparadas, de forma semelhante ao representado nas FIGURA 29 e FIGURA 31. Dessa forma, a FIGURA 32(a) mostra os valores de módulo de cisalhamento para ambas as amostras, considerando a temperatura mais baixa (273 K) e a mais alta (318 K) e o campo magnético aplicado mais alto (0,5 T) e sem a aplicação de campo magnético. O mesmo ocorre para o fator de perda, conforme apresentado na FIGURA 32(b).

FIGURA 32 – COMPARAÇÃO DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS PARA MRE7% E MRE20%



Conforme já constatado anteriormente, a FIGURA 32 reforça a influência no aumento do módulo de cisalhamento e diminuição do fator de perda devido ao efeito MR. Também destaca o que esse efeito atua com maior significância em temperaturas maiores e frequências baixas. Entretanto, o ponto de destaque é o efeito da quantidade de partículas ferromagnéticas no fator de perda. A FIGURA 32(b) mostra claramente que, para o modelo e parâmetros numéricos adotados, o fator de perda se torna maior se a fração de partículas ferromagnéticas for mais alta. Uma hipótese para a ocorrência desse fenômeno seria a maior interação entre as partículas e o MVE, que pode incrementar a dissipação de energia estando assim associado com um incremento do fator de perda.

## 5.5 NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA

O nomograma de frequência reduzida é um dos melhores tipos de representações gráficas para materiais viscoelásticos, pois permite a visualização de suas propriedades dinâmicas com respeito à variação de temperatura e frequência em um único gráfico. Nele, são apresentados o módulo de cisalhamento dinâmico (eq. (3.30)) e o fator de perda do material (eq. (3.33)).

Dessa forma, pode-se utilizar o mesmo tipo de gráfico para as propriedades de MREs, contando com a adição de pares de curvas a cada campo magnético analisado. Dessa forma, os gráficos apresentados nas figuras FIGURA 29 e 31 foram condensados em uma única representação (conforme descrito na seção 2.1.4 e pela FIGURA 4) apresentada nas FIGURAS 33(a) e 33(b). As figuras

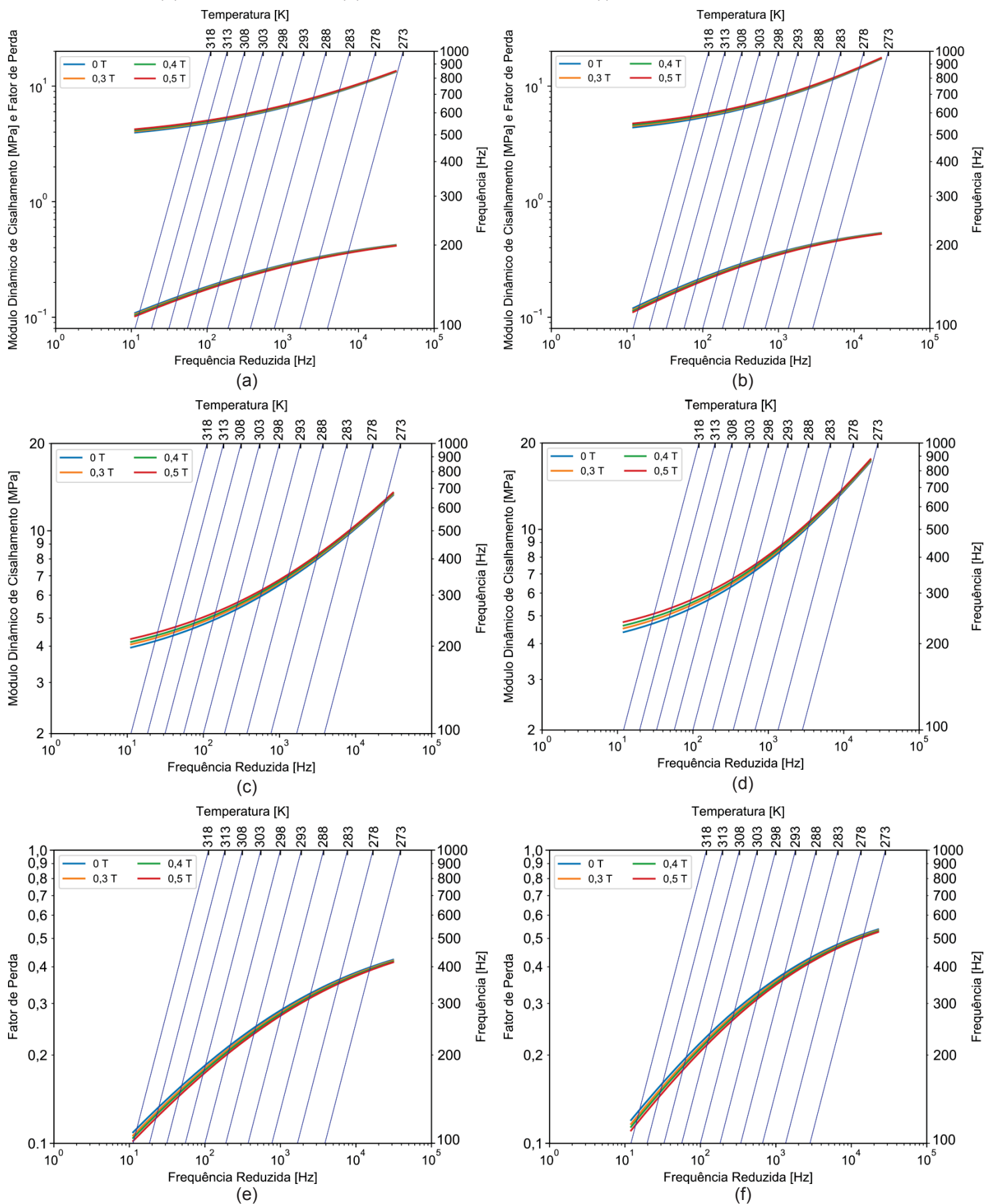
subsequentes, 33(c), 33(d), 33(e) e 33(f), mostram as curvas com uma escala mais apropriada para sua visualização. Dessa forma, é facilitado o procedimento para encontrar os valores de módulo e fator de perda no gráfico, assim como foi detalhado na seção 2.1.4.

Os resultados apresentados na FIGURA 33 mostram o efeito de quatro fatores considerados: frequência, temperatura, campo magnético e quantidade relativa de partículas. A superposição de efeitos de temperatura e frequência mostram claramente, nesse caso, que o módulo dinâmico de cisalhamento e o fator de perda aumentam conforme as frequências se tornam mais altas e a temperatura diminui. Entretanto, conforme verificado nas FIGURAS 1, 2 e 4, a partir de um ponto de máximo, o fator de perda diminui. Nesse trabalho, a verificação desse comportamento não foi possível, conforme visto nas FIGURAS 33(a), (b), (e) e (f), devido às restrições experimentais impostas pela faixa de temperatura (seção 4.5).

A ação do campo magnético nas características dinâmicas seguiu o que foi verificado anteriormente: o módulo de cisalhamento dinâmico é afetado diretamente pelo aumento do campo magnético, aumentando seu valor; enquanto que o fator de perda é afetado inversamente, ou seja, o aumento do campo diminui o fator de perda. Entretanto, conforme o material vai se comportando de maneira mais rígida, o efeito do campo magnético diminui progressivamente (FIGURAS 33(c), (d), (e) e (f)).

Também nota-se o efeito das partículas ferromagnéticas no nomograma, em que se pode verificar um aumento no módulo de cisalhamento e no fator de perda do material. Considerando o que foi verificado na TABELA 5, a variação da quantidade de partículas muda de maneira significativa o comportamento dinâmico de material, haja vista que seus parâmetros são diferentes com considerável mudança nos parâmetros de  $G_0$ ,  $G_1$  e em menor escala para os parâmetros  $\alpha$ ,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .

FIGURA 33 – NOMOGRAMAS MRE. (a)  $MRE_{7\%}$ ; (b)  $MRE_{20\%}$ ; (c)  $MRE_{7\%}$  MÓDULO; (d)  $MRE_{20\%}$  MÓDULO; (e)  $MRE_{7\%}$  FATOR DE PERDA; (f)  $MRE_{20\%}$  FATOR DE PERDA.



## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Uma metodologia para identificação de características dinâmicas de um MRE foi desenvolvida e validada com base em dados experimentais, considerando os efeitos de frequência, temperatura e campo magnético aplicado. Os experimentos foram realizados para duas amostras, uma com aproximadamente 7% em proporção volumétrica de partículas e outra com aproximadamente 20%.

Foram realizados experimentos com o objetivo de obter curvas de transmissibilidade, com as quais foi possível realizar um ajuste de curva a fim de obter parâmetros do material a serem utilizados no modelo analítico. Esse tipo de experimento se mostrou eficiente na obtenção das propriedades dinâmicas do MRE.

O modelo analítico utilizado foi o modelo fracionário de três parâmetros, devido a restrições dos dados obtidos experimentalmente para baixas temperaturas. Já para o incremento do campo magnético, foi utilizado o modelo proposto por Shen, Golnaraghi e Heppler (2004). Para a obtenção dos parâmetros, foi utilizada a caracterização por meio da metodologia integrada, que nesse caso consistiu de um problema inverso de otimização utilizando um algoritmo de evolução diferencial.

### 6.1 CONCLUSÕES

Conforme os resultados obtidos, conclui-se:

- O modelo matemático mostrou robustez, ao alcançar altos coeficientes de determinação ( $R^2$ ) na comparação entre as curvas experimentais e as curvas analíticas, obtidas com os parâmetros ótimos do MRE;
- Efeito determinante da temperatura nos dados experimentais: através de análises de gráficos de controle, foi possível verificar o impacto dos fatores de temperatura e campo magnético nas frequências de ressonância do sistema ensaiado. Apesar de ambas afetarem o sistema, foi mostrado que o efeito com mais impacto foi a variação de temperatura;
- O efeito MR altera as propriedades dinâmicas do MRE, devido à variação do campo magnético aplicado. Foi comprovada a maior efetividade do efeito MR no caso em que a matriz MVE se comporta de maneira menos rígida;

- A quantidade de CIP no MRE se mostrou determinante nas características do material, alterando todos os parâmetros do modelo matemático proposto, o que pode ser visto na comparação entre os nomogramas para ambas as amostras;
- Em todos os resultados obtidos foi mostrado que o efeito MR foi inferior ao obtidos em referências anteriores. Entretanto, o efeito foi constante para todos os casos e proporcional a rigidez encontrada na matriz MVE, o que comprova que a matriz é determinante no impacto do efeito MR, reduzindo ou aumentando seu efeito nas propriedades dinâmicas do MRE.

Esta tese produziu os seguintes avanços no estado da arte para a caracterização dinâmica de elastômeros magneto-reológicos (MREs):

- Utilização de um modelo matemático para o MRE considerando o efeito do campo magnético, temperatura e frequência. O modelo foi validado por dados experimentais;
- A caracterização dinâmica de um MRE foi realizada através de um método alternativo e, até onde se está ciente, inédito. Foram utilizadas curvas de transmissibilidade experimentais em um sistema aproximado de 1GDL com aplicação de campo magnético com ímãs permanentes.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, sugere-se:

- Realização de ensaios experimentais mais completos: é necessária a realização de ensaios cobrindo toda a faixa de comportamento do material, com a finalidade de utilizar um modelo matemático para o MVE mais abrangente (pelo menos o modelo fracionário de quatro parâmetros);
- Realização de ensaios experimentais com diferentes quantidades de partículas ferromagnéticas: realização de ensaios com maior quantidade de CIP para verificação da alteração das propriedades do MRE. Testar partículas ferromagnéticas que não CIP para verificar se o efeito MR permanece semelhante ou se a alteração no formato das partículas tem efeito significativo;

- Realização de ensaios experimentais com outras matrizes de MVE: Comprovar experimentalmente o quanto as propriedades de diferentes MVEs alteram o efeito MR nos MREs;
- Aplicação de campo magnético com eletroímãs: Melhorar o incremento e a faixa de aplicação do campo magnético sobre o MRE e estudar seus efeitos;
- Aplicação do MRE para controle híbrido de sistemas mecânicos: Construir um sistema para controle de vibração (neutralizador ou isolador) híbrido, com a finalidade de controlar a vibração em um sistema utilizando a variação de propriedades dinâmicas permitidas pelos MREs.



## REFERÊNCIAS

- ABRAMCHUK, S. et al. Novel highly elastic magnetic materials for dampers and seals: Part I. Preparation and characterization of the elastic materials. **Polymers for Advanced Technologies**, v. 18, n. 11, p. 883-890, 2007.
- AGIRRE-OLABIDE, I.; KUZHIR, P.; ELEJABARRIETA, M. J. Linear magneto-viscoelastic model based on magnetic permeability components for anisotropic magnetorheological elastomers. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 446, p. 155-161, 2018.
- ANDERSON-SPRECHER, R. Model Comparisons and  $R^2$ . **The American Statistician**, v. 48, n. 2, p. 113-117, 1994.
- ASTM INTERNATIONAL. **D 5992-96 (Reapproved 2011)**: Standard Guide for Dynamic Testing of Vulcanized Rubber and Rubber-Like Materials Using Vibratory Methods. [S.I.], 2011.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity. **Journal of Rheology**, v. 27, n. 3, p. 201-210, 1983.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behavior. **Journal of Rheology**, v. 30, n. 1, p. 133-155, 1986.
- BALBINO, F. O. **Estimação de propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos utilizando abordagem bayesiana**. 143 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.
- BEHROOZ, M.; WANG, X.; GORDANINEJAD, F. Performance of a new magnetorheological elastomer isolation system. **Smart Materials and Structures**, v. 23, n. 4, p. 1-8, 2014.
- BOCZKOWSKA, A. et al. Mechanical properties of magnetorheological elastomers under shear deformation. **Composites Part B: Engineering**, v. 43, n. 2, p. 636–640, 2012.
- BOCZKOWSKA, A.; AWIETJAN, S. Microstructure and Properties of Magnetorheological Elastomers. In: BOCZKOWSKA, A. (Ed.). **Advanced Elastomers - Technology, Properties and Applications**. InTech, 2012.
- BÖSE, H.; RÖDER, R. Magnetorheological elastomers with high variability of their mechanical properties. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 149, p. 1-7, 2009.
- BRIGADNOV, I. A.; DORFMANN, A. Mathematical modeling of magneto-sensitive elastomers. **International Journal of Solids and Structures**, v. 40, n. 18, p. 4659-4674, 2003.
- BUSTAMANTE, R.; SHARIFF, M. H. B. M. A principal axis formulation for nonlinear magnetoelastic deformations: Isotropic bodies. **European Journal of Mechanics, A/Solids**, v. 50, p. 17-27, 2015.
- CAPUTO, M.; MAINARDI, F. Linear models of dissipation in anelastic solids. **La Rivista del Nuovo Cimento**, v. 1, n. 2, p. 161-198, 1971.

CARLSON, J. D.; JOLLY, M. R. MR fluid, foam and elastomer devices. **Mechatronics**, v. 10, n. 4, p. 555-569, 2000.

CINIELLO, A. P. D. **Aplicação do cálculo fracionário na identificação do módulo de relaxação de materiais viscoelásticos no domínio do tempo**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

DAVIS, L. C. Model of magnetorheological elastomers. **Journal of Applied Physics**, v. 85, n. 6, p. 3348-3351, 1999.

DENG, H.; GONG, X. Application of magnetorheological elastomer to vibration absorber. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 13, n. 9, p. 1938-1947, 2008.

DENG, H.; GONG, X.; WANG, L. Development of an adaptive tuned vibration absorber with magnetorheological elastomer. **Smart Materials and Structures**, v. 15, n. 5, p. N111-N116, 2006.

DU, H.; LI, W.; ZHANG, N. Semi-active variable stiffness vibration control of vehicle seat suspension using an MR elastomer isolator. **Smart Materials and Structures**, v. 20, n. 10, p. 1-11, 2011.

ESPÍNDOLA, J. J. de; BAVASTRI, C. A.; LOPES, E. M. de O. Design of Optimum Systems of Viscoelastic Vibration Absorbers for a Given Material Based on the Fractional Calculus Model. **Journal of Vibration and Control**, v. 14, n. 9–10, p. 1607-1630, 2008.

FERRY, J. D. **Viscoelastic Properties of Polymers**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1980.

FURST, E. M.; GAST, A. P. Micromechanics of magnetorheological suspensions. **Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics**, v. 61, n. 6 B, p. 6732-6739, 2000.

GÄMPERLE, R.; MÜLLER, S. D.; KOUMOUTSAKOS, P. A parameter study for differential evolution. In: WSEAS - International Conference on Advances in Intelligent Systems, Fuzzy Systems, Evolutionary Computation, Interlaken, Switzerland, 2002. **Anais...** Athens, Greece: WSEAS Press, p. 293-298, 2002.

GINDER, J. M.; SCHLOTTER, W. F.; NICHOLS, M. E. Magnetorheological Elastomers in Tunable Vibration Absorbers. **Smart Structures and Materials: Damping and Isolation**, v. 4331, p. 103-110, 2001.

GNATOWSKI, A.; KOSZKUL, J. Investigation on PA/PP mixture properties by means of DMTA method. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 175, n. 1–3, p. 212-217, 2006.

GU, X. et al. Semi-active control of magnetorheological elastomer base isolation system utilising learning-based inverse model. **Journal of Sound and Vibration**, v. 406, p. 346-362, 2017.

GUO, F.; DU, C.; LI, R. Viscoelastic Parameter Model of Magnetorheological Elastomers Based on Abel Dashpot. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 6, p. 1-12, 2014.

HAPIPI, N. et al. The field-dependent rheological properties of plate-like carbonyl iron particle-based magnetorheological elastomers. **Results in Physics**, v. 12, n. February, p. 2146-2154, 2019.

HOANG, N. et al. Development of a torsional dynamic absorber using a magnetorheological elastomer for vibration reduction of a powertrain test rig. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 24, n. 16, p. 2036-2044, 2013.

HOANG, N.; ZHANG, N.; DU, H. An adaptive tunable vibration absorber using a new magnetorheological elastomer for vehicular powertrain transient vibration reduction. **Smart Materials and Structures**, v. 20, n. 1, p. 1-11, 2011.

JOLLY, M. R. et al. The magnetoviscoelastic response of elastomer composites consisting of ferrous particles embedded in a polymer matrix. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 7, n. 6, p. 613-622, 1996.

JONES, D. I. G. **Handbook of Viscoelastic Vibration Damping**. 1. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.

JUNG, H. J. et al. Seismic performance analysis of a smart base-isolation system considering dynamics of MR elastomers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 22, n. 13, p. 1439-1450, 2011.

KALLIO, M. **The elastic and damping properties of magnetorheological elastomers**. 149 f. Tese (Doutorado em Tecnologia) – VTT Technical Research Centre of Finland, Tampere University of Technology, Tampere, 2005.

KALLIO, M. et al. Dynamic compression testing of a tunable spring element consisting of a magnetorheological elastomer. **Smart Materials and Structures**, v. 16, n. 2, p. 506-514, 2007.

KUMBHAR, S. B.; CHAVAN, S. P.; GAWADE, S. S. Adaptive tuned vibration absorber based on magnetorheological elastomer-shape memory alloy composite. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 100, p. 208-223, 2018.

LI, W.; ZHANG, X.; DU, H. Development and simulation evaluation of a magnetorheological elastomer isolator for seat vibration control. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 23, n. 9, p. 1041-1048, 2012.

LI, Y. et al. A state-of-the-art review on magnetorheological elastomer devices. **Smart Materials and Structures**, v. 23, n. 12, p. 1-24, 2014.

LIAO, G. J. et al. Development of a real-time tunable stiffness and damping vibration isolator based on magnetorheological elastomer. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 23, n. 1, p. 25-33, 2012.

LOKANDER, M.; STENBERG, B. Improving the magnetorheological effect in isotropic magnetorheological rubber materials. **Polymer Testing**, v. 22, n. 6, p. 677-680, 2003.

LOPES, E. M. DE O. et al. Caracterização Dinâmica Integrada De Elastômeros Por Derivadas Generalizadas. In: III CONEM - Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Belém, Brasil, 2004. **Anais...** Rio de Janeiro, Brasil: ABCM, 2004.

MEDEIROS JÚNIOR, W. B. de. **Caracterização dinâmica integrada de elastômeros via derivadas fracionárias e método GHM**. 173 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

MOHR, P. J.; TAYLOR, B. N.; NEWELL, D. B. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010. **Reviews of Modern Physics**, v. 84, n. 4, p. 1527-1605, 2012.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 7. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.

NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**. 1. ed. New York: Wiley-Interscience, 1985.

NAYAK, B.; DWIVEDY, S. K.; MURTHY, K. S. R. K. Fabrication and characterization of magnetorheological elastomer with carbon black. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 26, n. 7, p. 830-839, 2015.

NGUYEN, X. B. et al. Modeling and semi-active fuzzy control of magnetorheological elastomer-based isolator for seismic response reduction. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 101, p. 449-466, 2018.

ONWUBOLU, G. C.; BABU, B. V. **New Optimization Techniques in Engineering**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004.

OPIE, S.; YIM, W. Design and Control of a Real-Time Variable Modulus Vibration Isolator. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 22, n. 2, p. 113-125, 2011.

PAO, Y. H. Electromagnetic forces in deformable continua. In: Nemat-Nasser, S. (Ed.). **Mechanics today**. Oxford, UK: Pergamon Press Inc, v. 4, p. 209-305, 1978.

POOJARY, U. R.; GANGADHARAN, K. V. Magnetic field and frequency dependent LVE limit characterization of magnetorheological elastomer. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 39, n. 4, p. 1365-1373, 2017.

POOJARY, U. R.; GANGADHARAN, K. V. Integer and Fractional Order-Based Viscoelastic Constitutive Modeling to Predict the Frequency and Magnetic Field-Induced Properties of Magnetorheological Elastomer. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 140, n. 4, p. 1-15, 2018.

PRAJAPATI, D. R.; MAHAPATRA, P. B. An effective joint X-bar and R chart to monitor the process mean and variance. **International Journal of Productivity and Quality Management**, v. 2, n. 4, p. 459-471, 2007.

PRICE, K.; STORN, R.; LAMPINEN, J. A. **Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization**. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.

PRITZ, T. Analysis of four-parameter fractional derivative model of real solid materials. **Journal of Sound and Vibration**, v. 195, n. 1, p. 103-115, 1996.

PRITZ, T. Five-parameter fractional derivative model for polymeric damping materials. **Journal of Sound and Vibration**, v. 265, n. 5, p. 935-952, 2003.

RABINOW, J. The Magnetic Fluid Clutch. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 67, n. 2, p. 1308-1315, 1948.

ROSENSWEIG, R. E. **Ferrohydrodynamics**. 1. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.

SCHENCK, J. F. The role of magnetic susceptibility in magnetic resonance imaging: MRI magnetic compatibility of the first and second kinds. **Medical Physics**, v. 23, n. 6, p. 815-850, 1996.

SHEN, Y.; GOLNARAGHI, M. F.; HEPPLER, G. R. Experimental Research and Modeling of Magnetorheological Elastomers. **Journal of Intelligent Materials Systems and Structures**, v. 15, n. 1, p. 27-35, 2004.

SNOWDON, J. C. **Vibration and shock in damped mechanical systems**. New York: John Wiley & Sons, 1968.

SOLOMON, P.; STANFORD, T. Components of variance. **Diagnostic Histopathology**, v. 22, n. 7, p. 253-262, 2016.

SOROKIN, V. V. et al. Hysteresis of the viscoelastic properties and the normal force in magnetically and mechanically soft magnetoactive elastomers: Effects of filler composition, strain amplitude and magnetic field. **Polymer (United Kingdom)**, v. 76, p. 191-202, 2015.

SPASOJEVIĆ, D.; IRVINE, T. F.; AFGAN, N. The effect of a magnetic field on the rheodynamic behavior of ferromagnetic suspensions. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 1, n. 5, p. 607-622, nov. 1974.

STEPANOV, G. V. et al. Effect of a homogeneous magnetic field on the viscoelastic behavior of magnetic elastomers. **Polymer**, v. 48, n. 2, p. 488-495, 2007.

STORN, R. On the usage of differential evolution for function optimization. Proceedings of North American Fuzzy Information Processing, New Orleans, USA, 2002. **Anais...** Piscataway, USA: IEEE, p 519-523, 2002.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 11, n. 4, p. 341-359, 1997.

SUN, S. et al. Performance evaluation and comparison of magnetorheological elastomer absorbers working in shear and squeeze modes. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 26, n. 14, p. 1757-1763, 2015.

TAKAGI, T. Present State and Future of the Intelligent Materials and Systems in Japan. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 10, n. 7, p. 575-581, 1999.

UBAIDILLAH et al. Recent Progress on Magnetorheological Solids: Materials, Fabrication, Testing, and Applications. **Advanced Engineering Materials**, v. 17, n. 5, p. 563-597, 2015.

USMAN, M. et al. Numerical investigation of smart base isolation system employing MR elastomer. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 149, p. 1-4, 2009.

VENTER, G. S.; BECK, A. T.; SILVA, M. M. da. A simple hierarchical procedure for parameter identification in robust topology optimization. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 38, n. 2, p. 679-689, 2016.

WANG, Y. et al. Fabrication and properties of magnetorheological elastomers based on CR/ENR self-crosslinking blends. **Smart Materials and Structures**, v. 24, p. 1-12, 2015.

WILLIAMS, M. L.; LANDEL, R. F.; FERRY, J. D. The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids. **Journal of the American Chemical Society**, v. 77, n. 14, p. 3701-3707, 1955.

WRIGHT, S. Correlation and Causation: Part I. Method of Path Coefficients. **Journal of Agricultural Research**, v. 20, n. 7, p. 557-585, 1921.

YUNUS, N. et al. Thermal Stability and Rheological Properties of Epoxidized Natural Rubber-Based Magnetorheological Elastomer. **International Journal of Molecular Sciences**, v. 20, n. 3, p. 1-19, 2019.

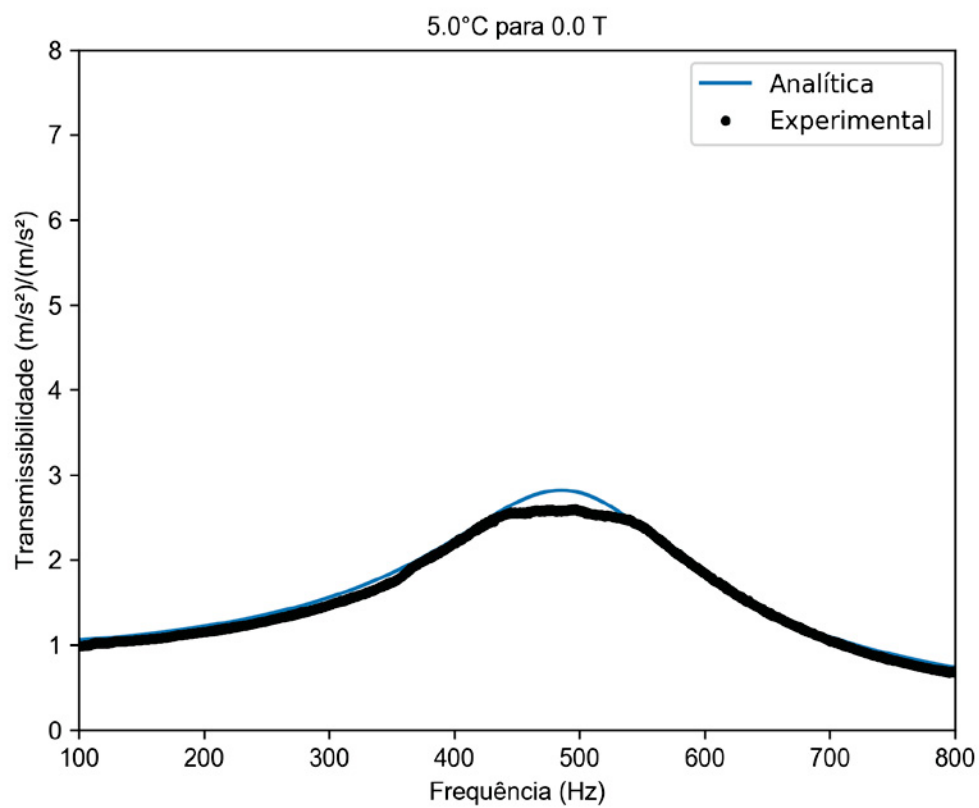
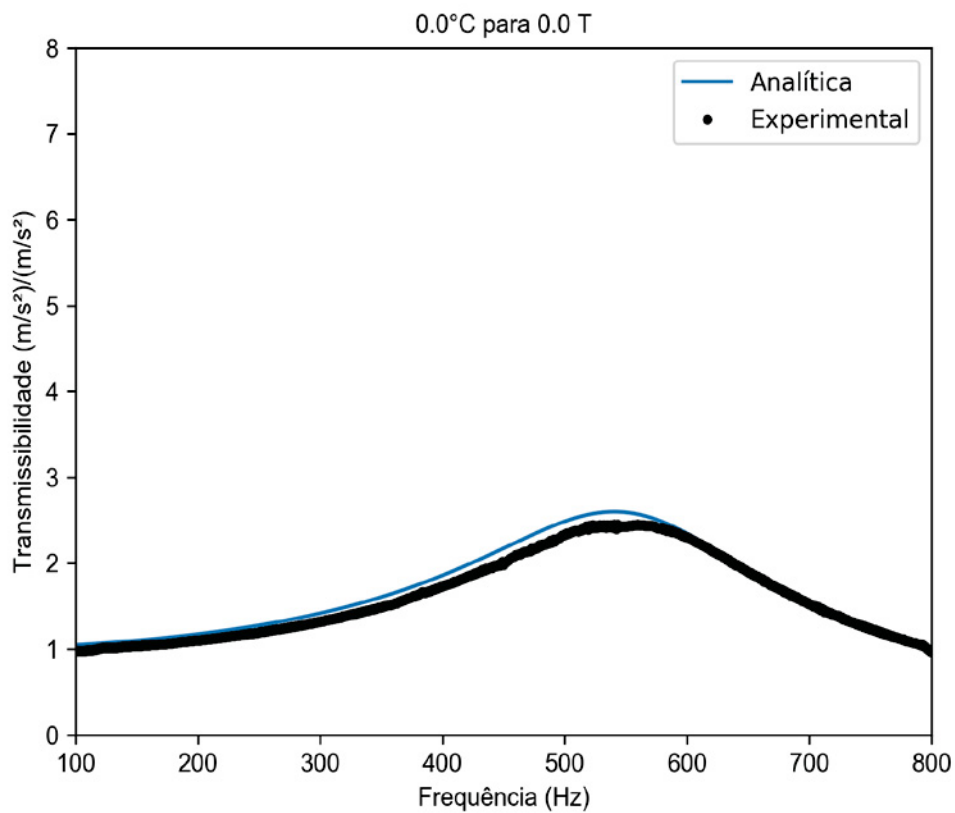
ZAHARIE, D. Critical values for the control parameters of differential evolution algorithms. Proceedings of MENDEL 2002 - 8th International Conference on Soft Computing, Brno, Czech Republic, 2002. **Anais...**Brno, Czech Republic: MENDEL, 2002.

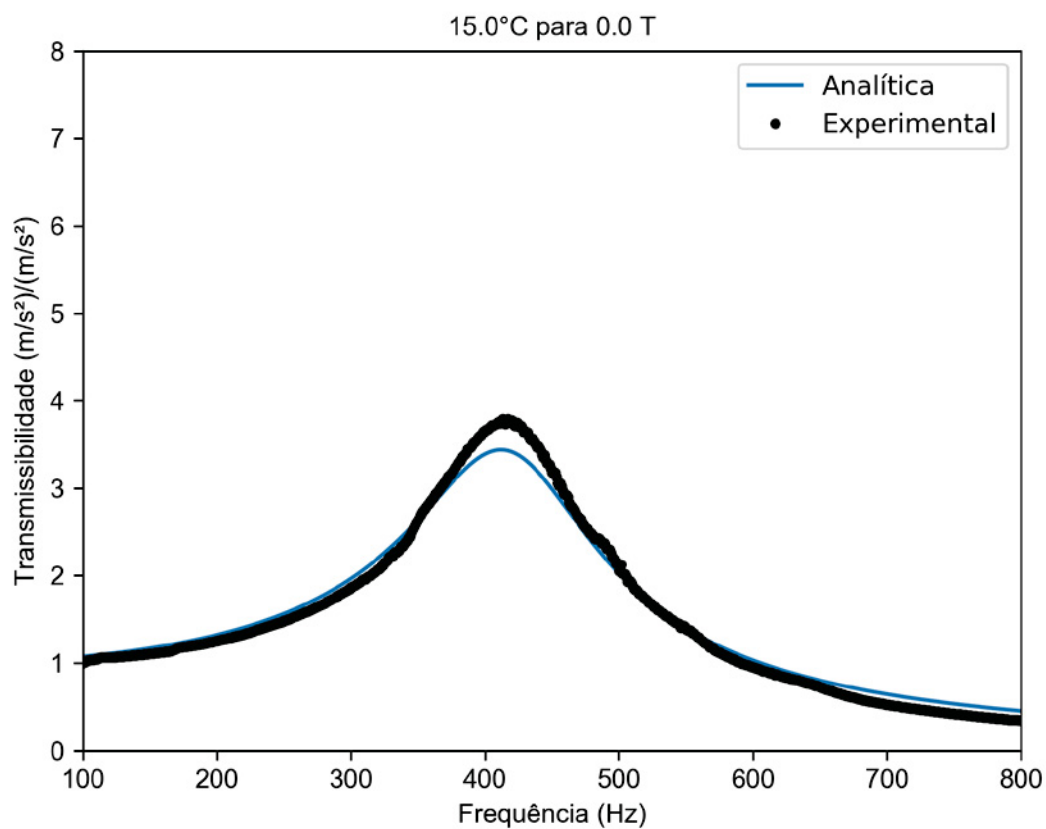
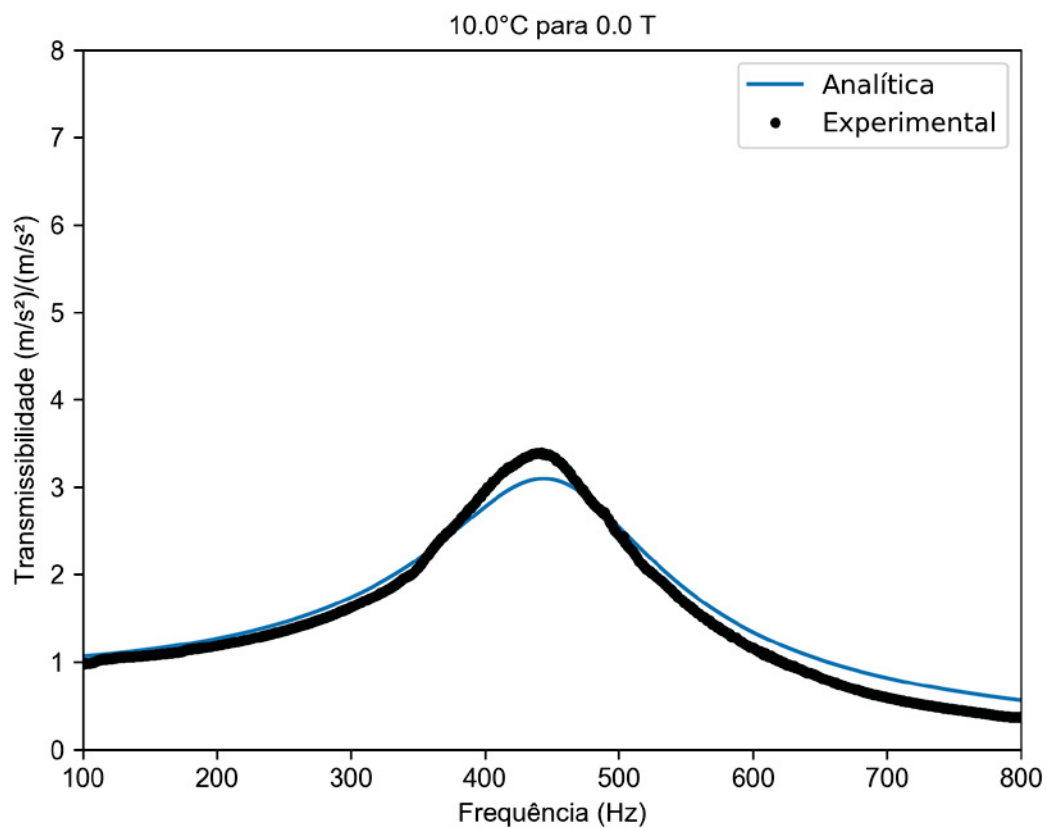
ZHANG, X. Z.; LI, W. H. Adaptive tuned dynamic vibration absorbers working with MR elastomers. **Smart Structures and Systems**, v. 5, n. 5, p. 517-529, 2009.



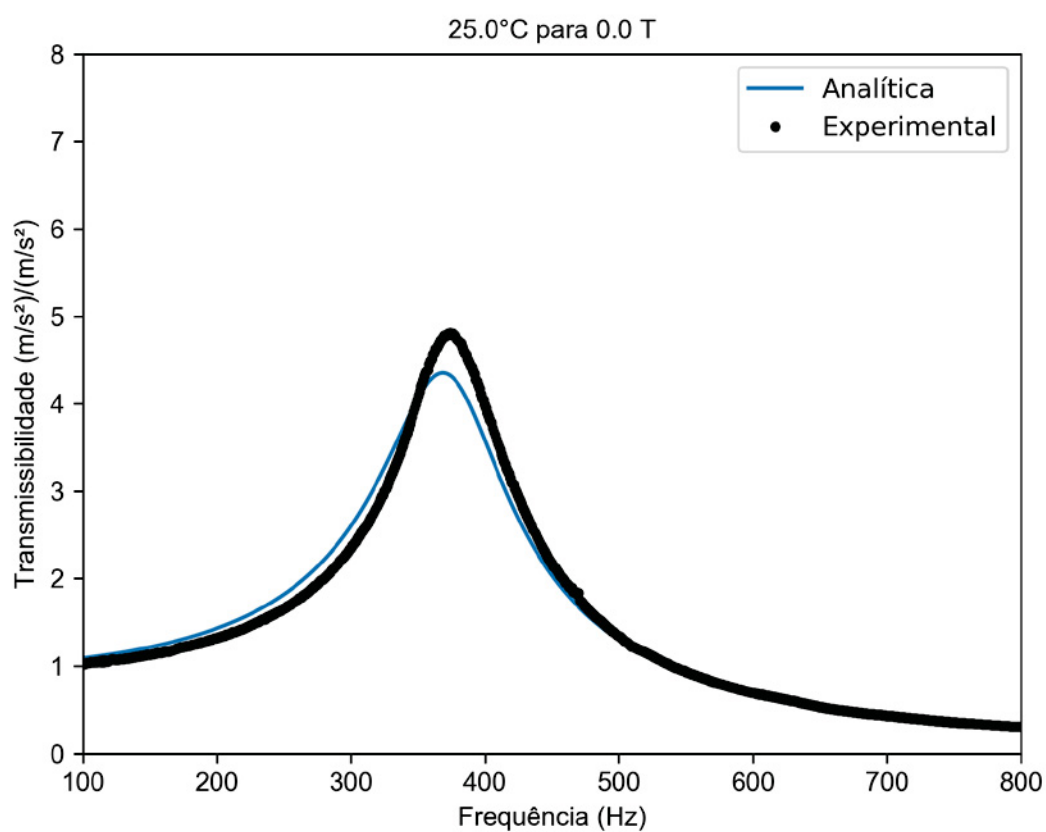
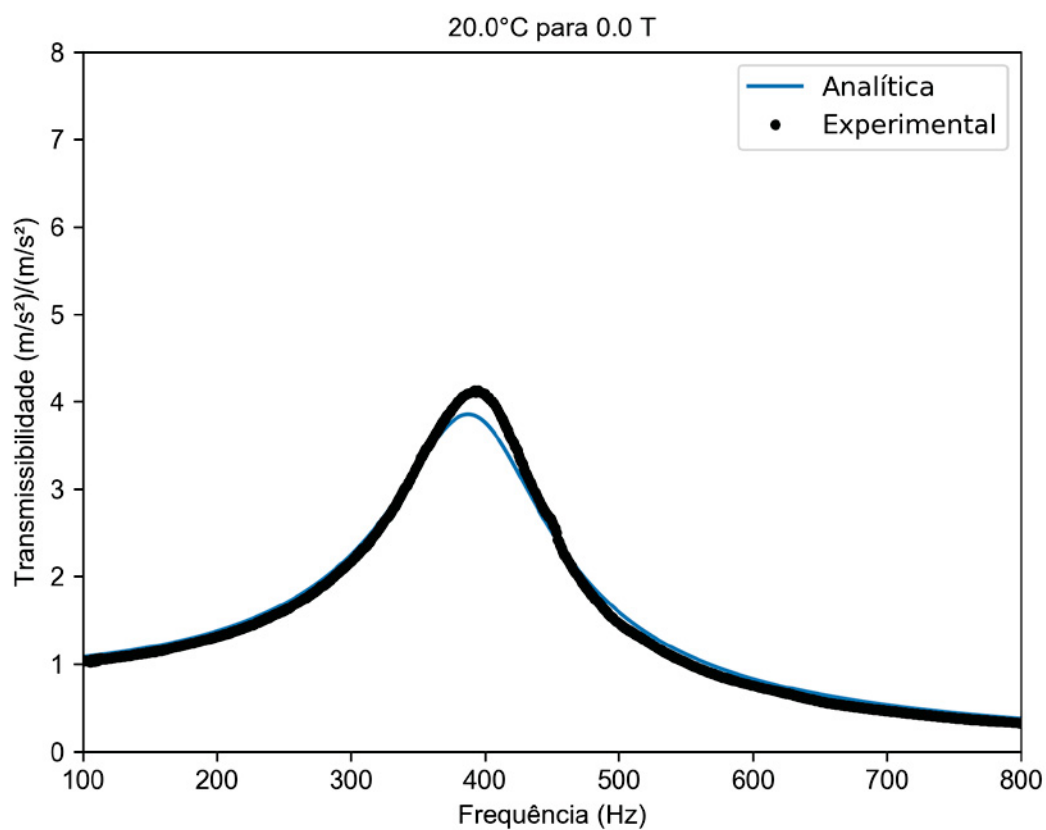
## APÊNDICE 01 – CURVAS DE TRANSMISSIBILIDADE

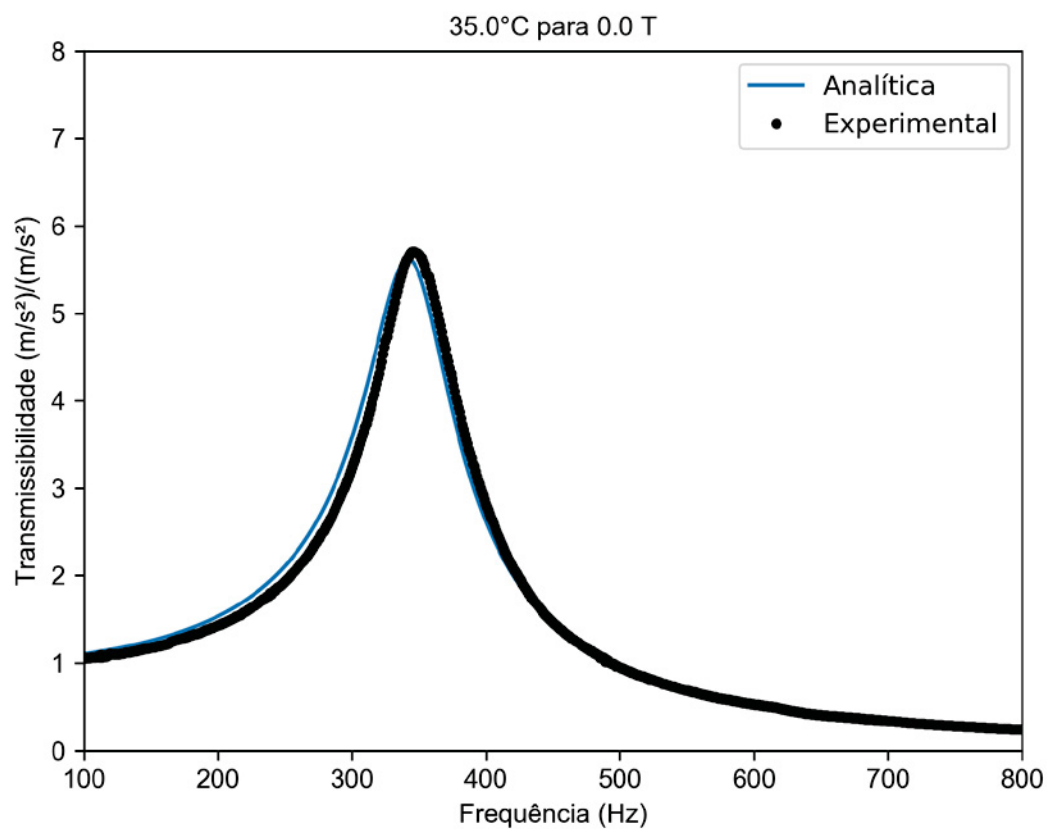
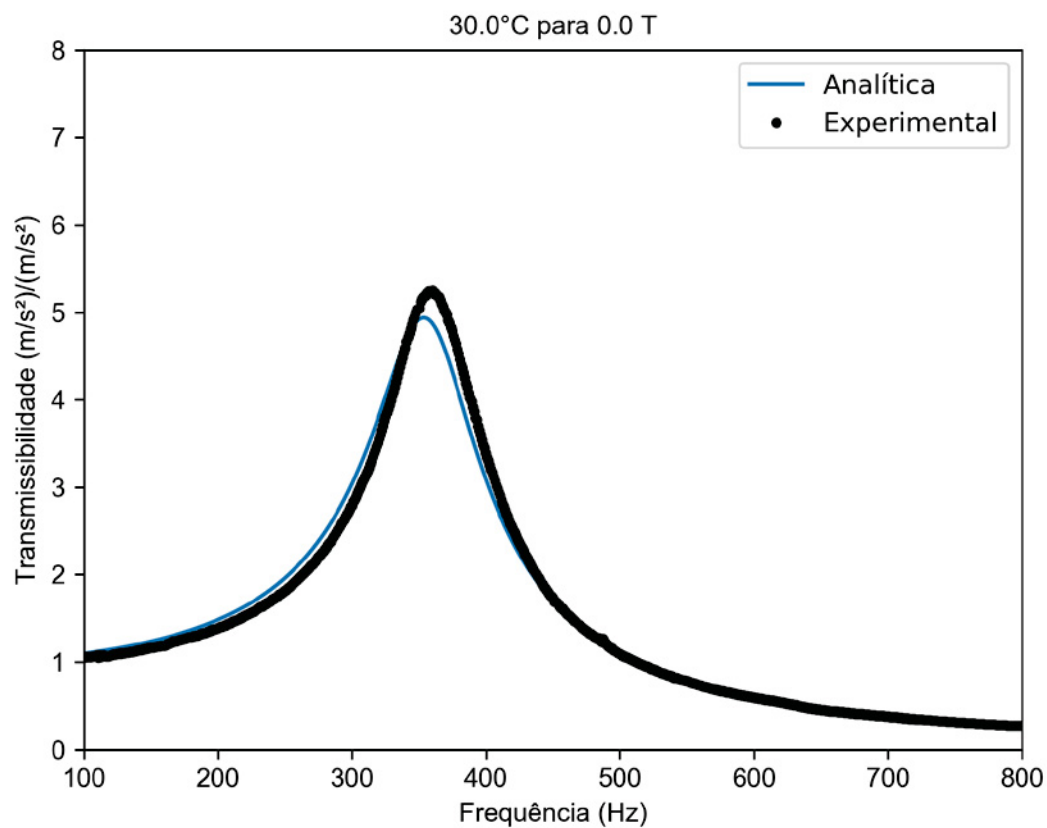
### Curvas de Transmissibilidade para o $MRE_{7\%}$

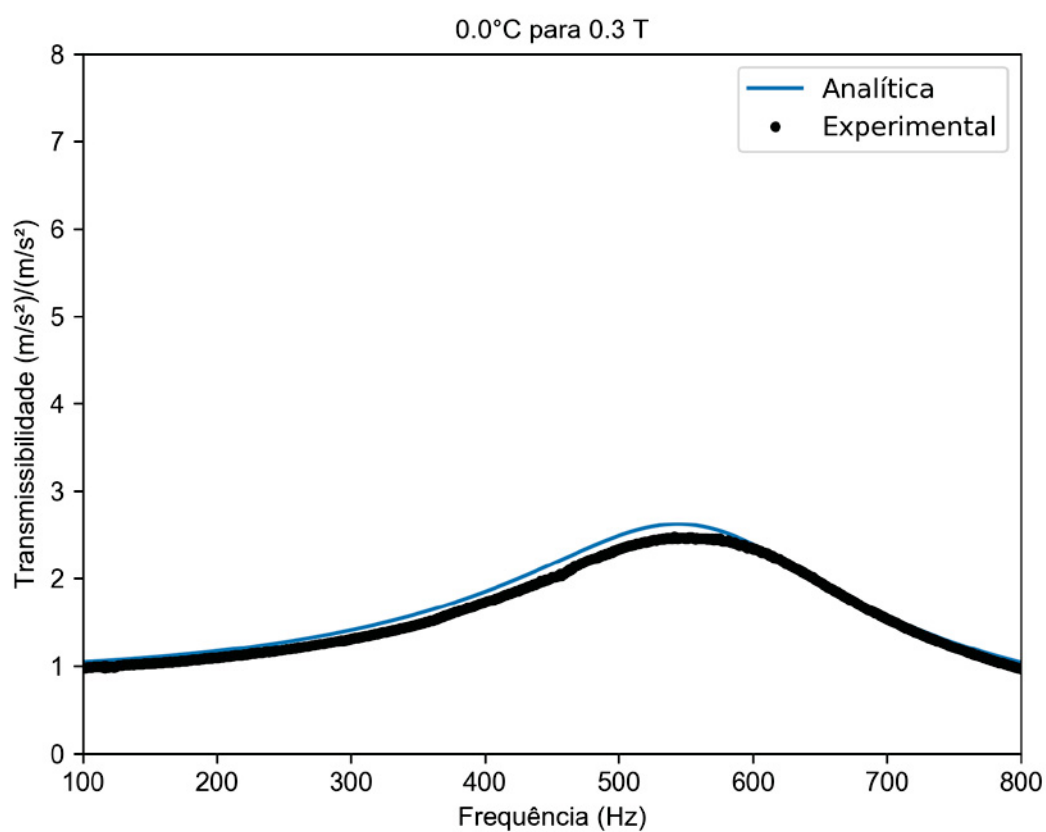
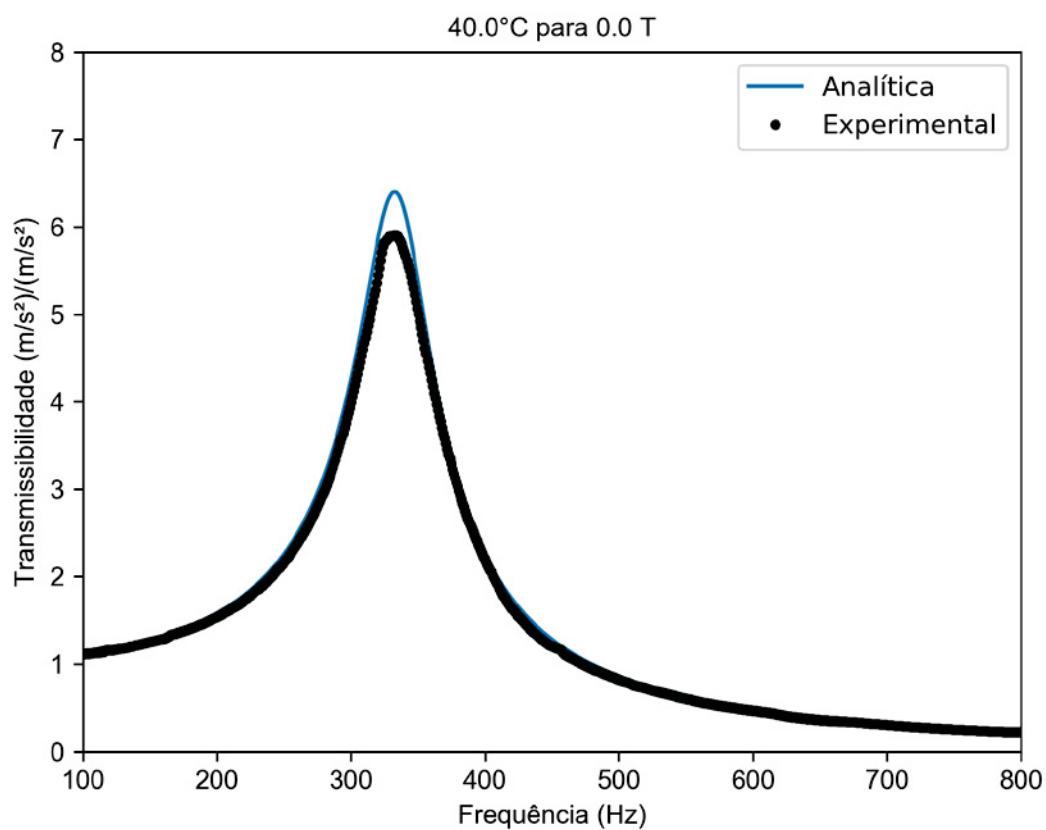


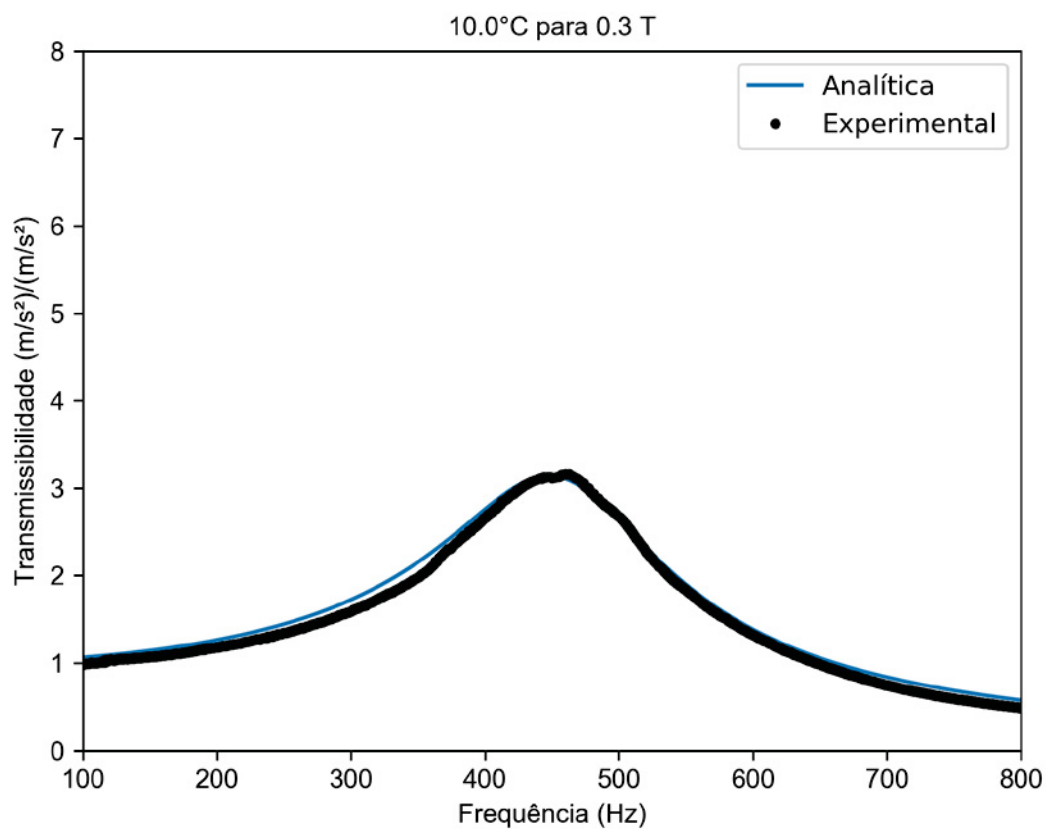
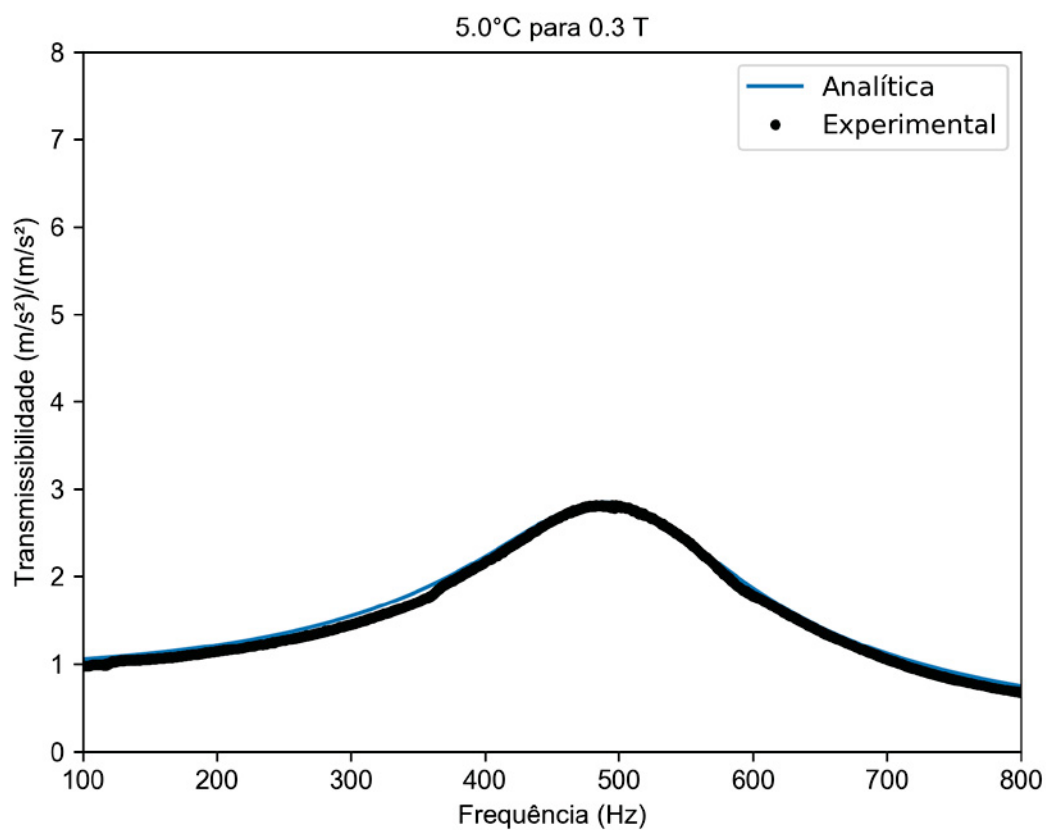


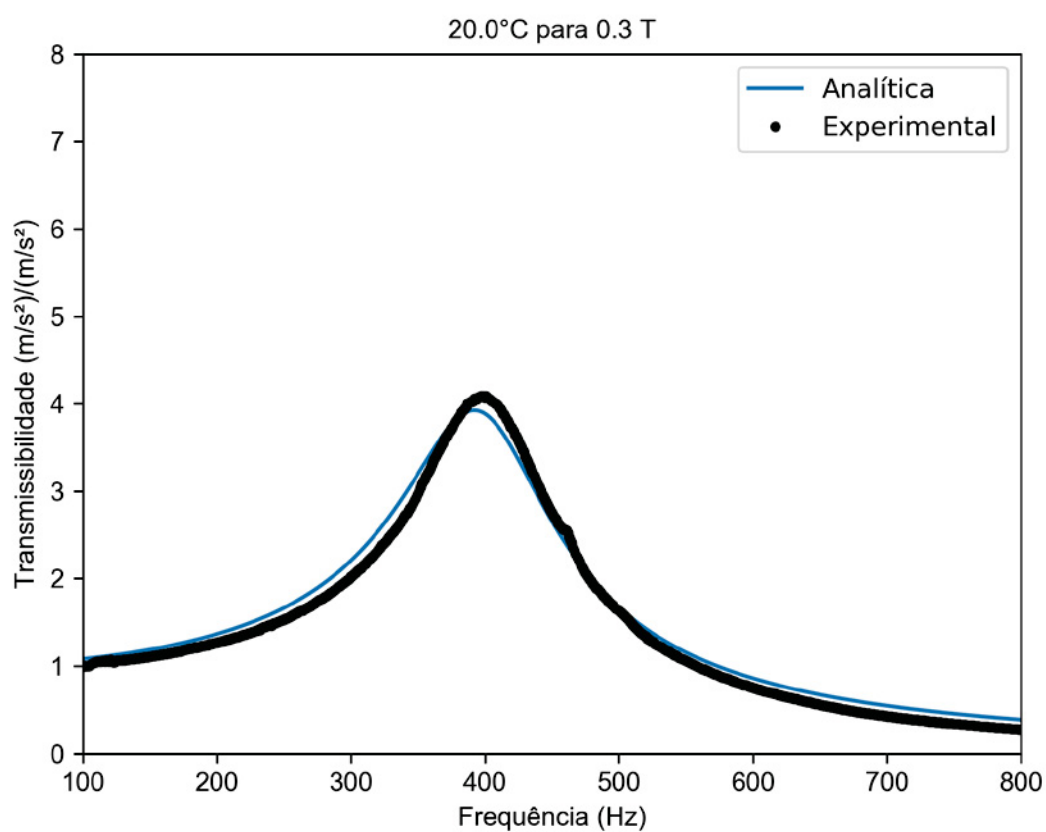
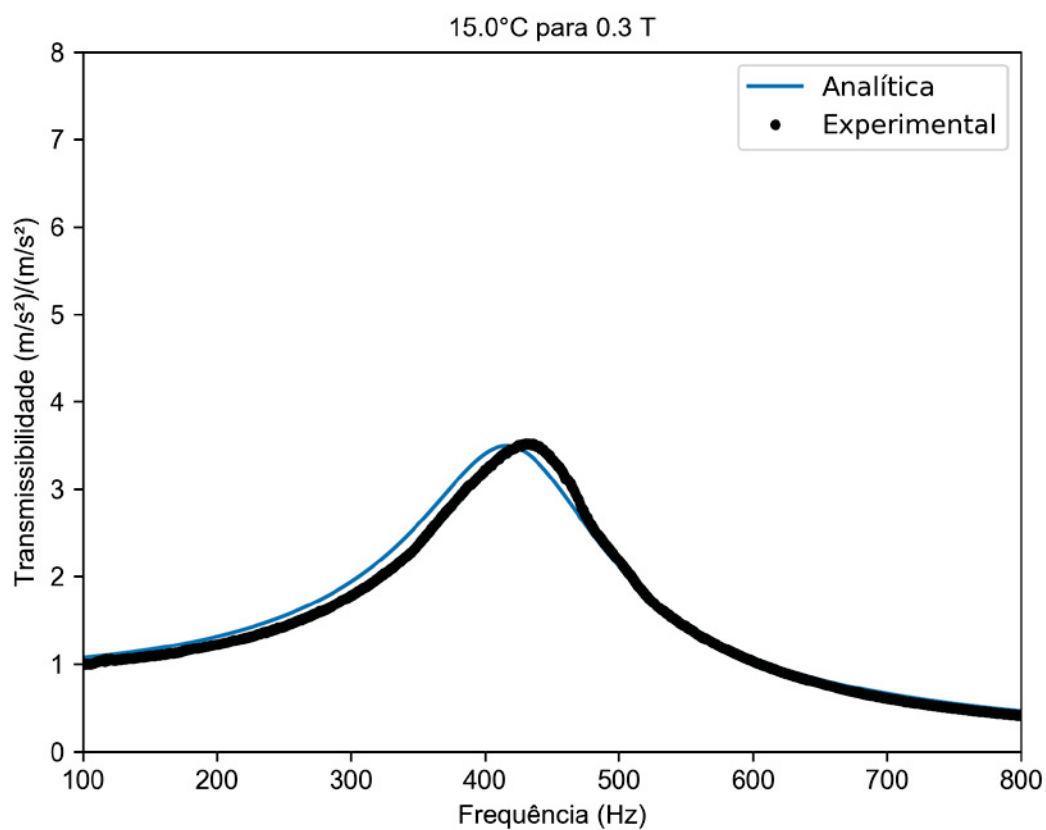


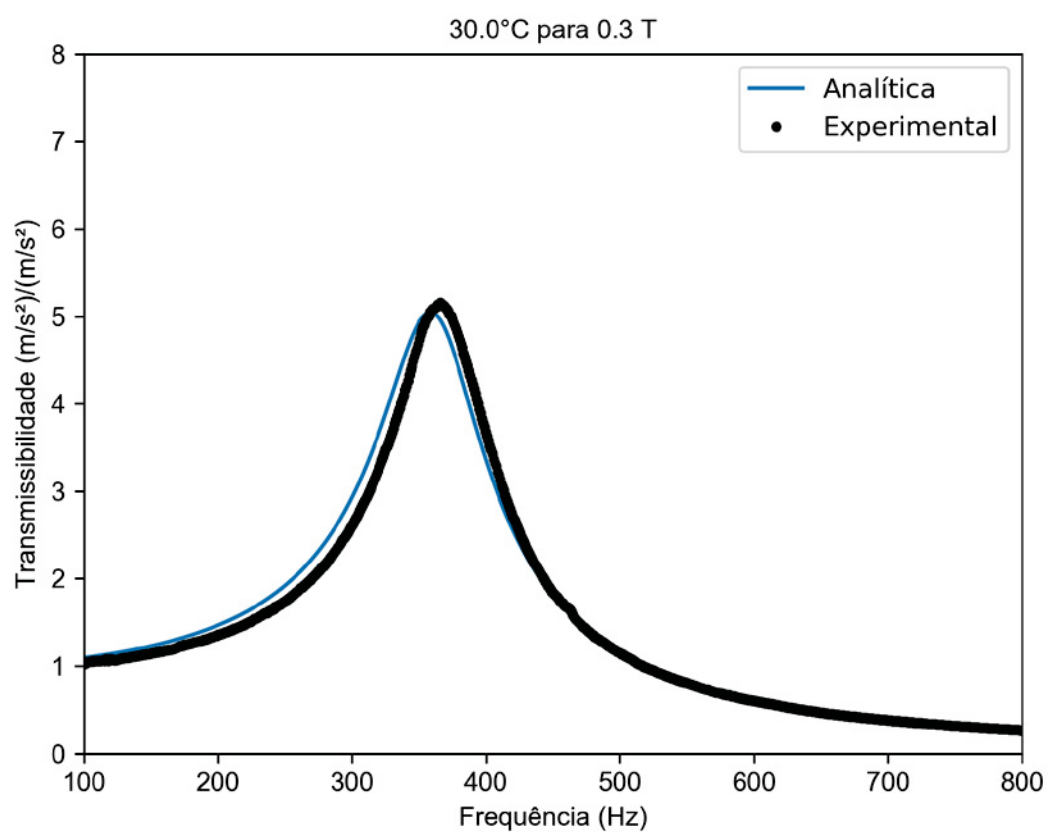
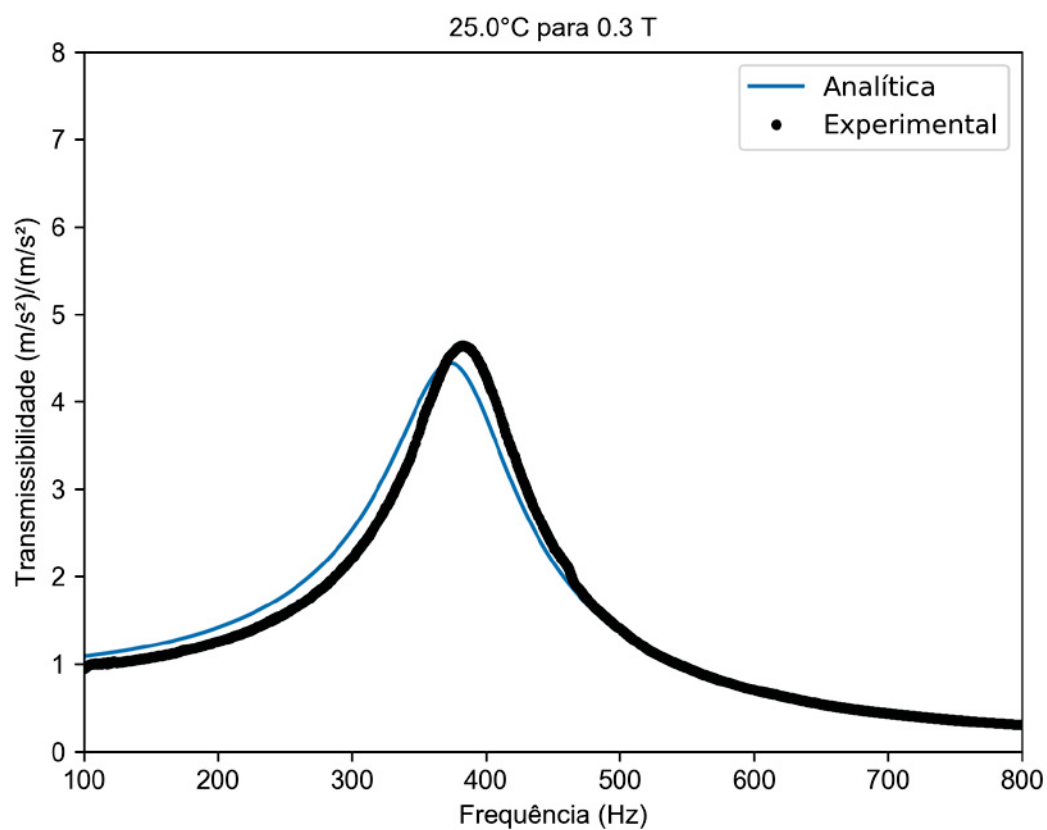


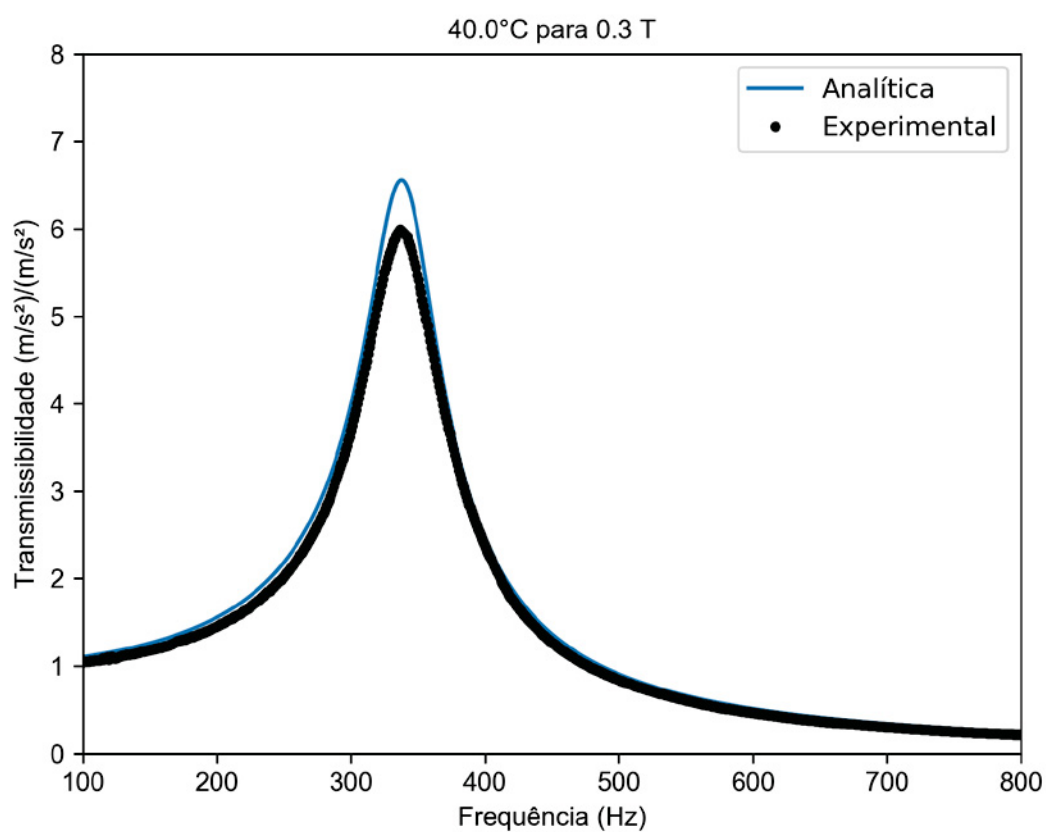
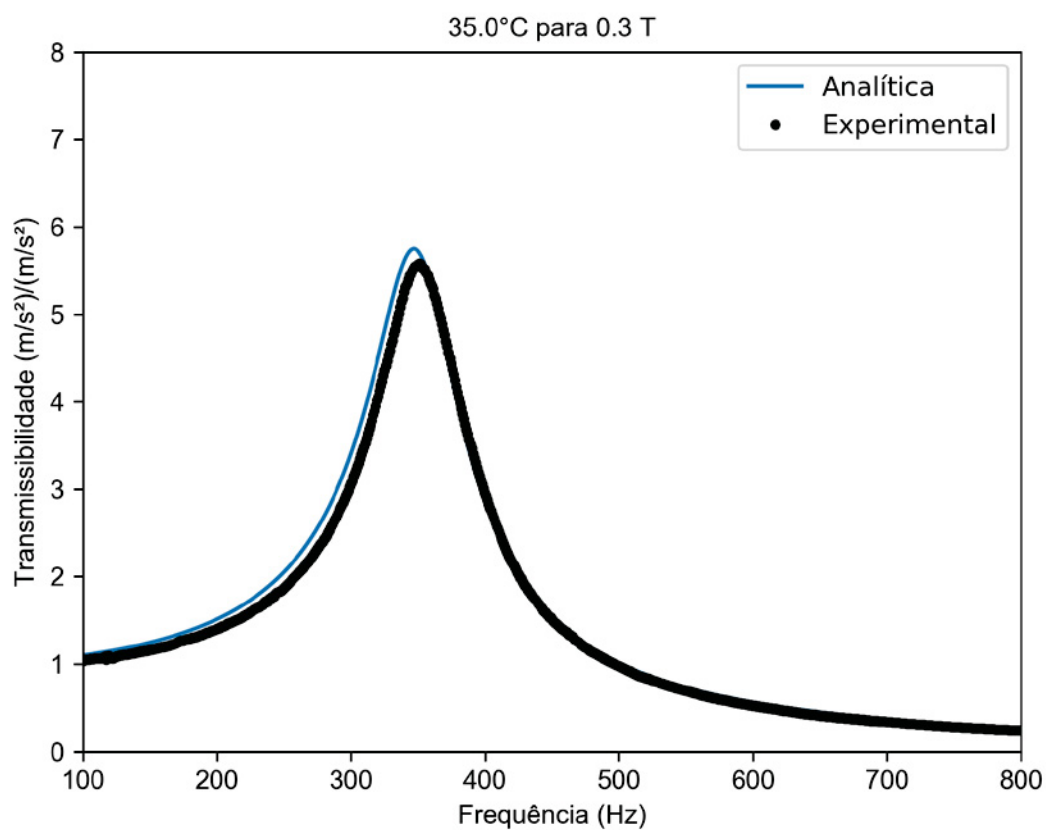


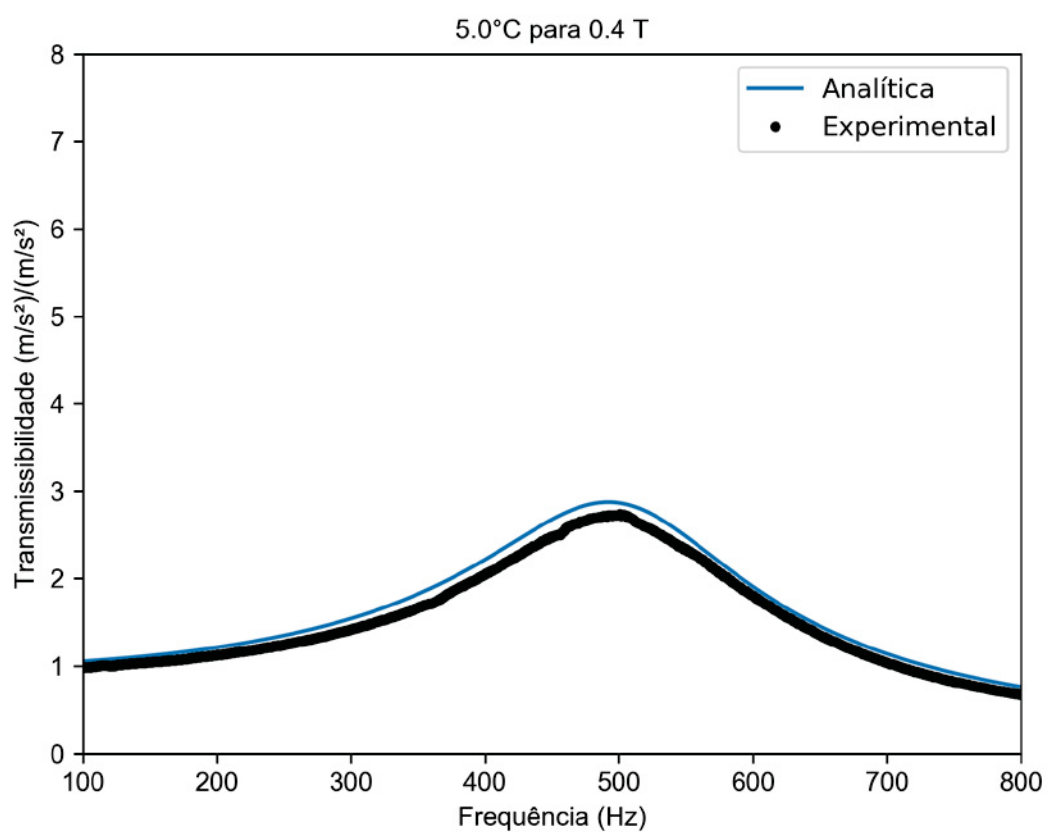
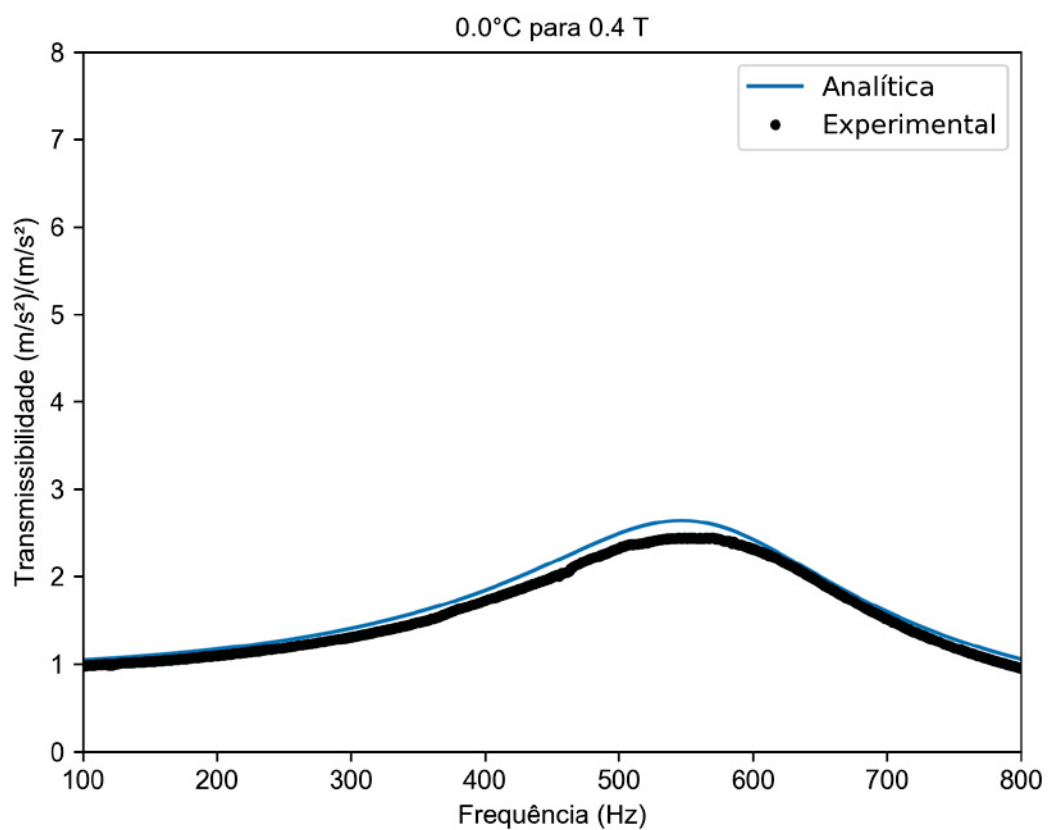




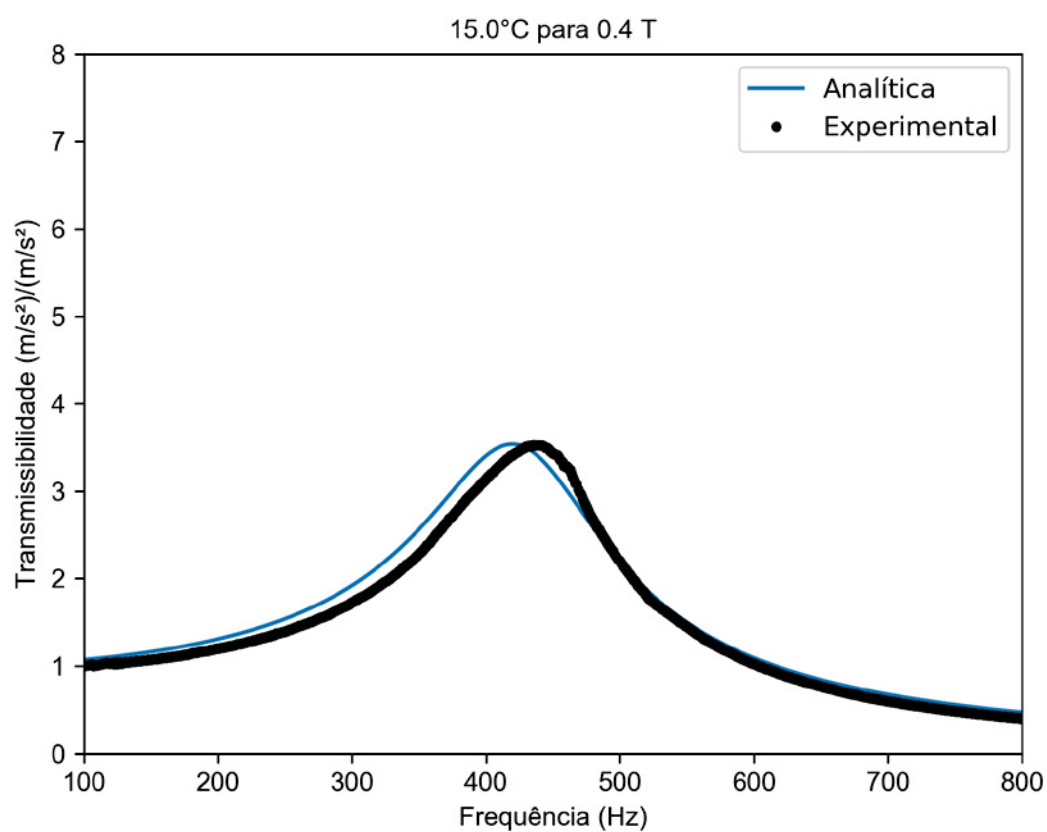
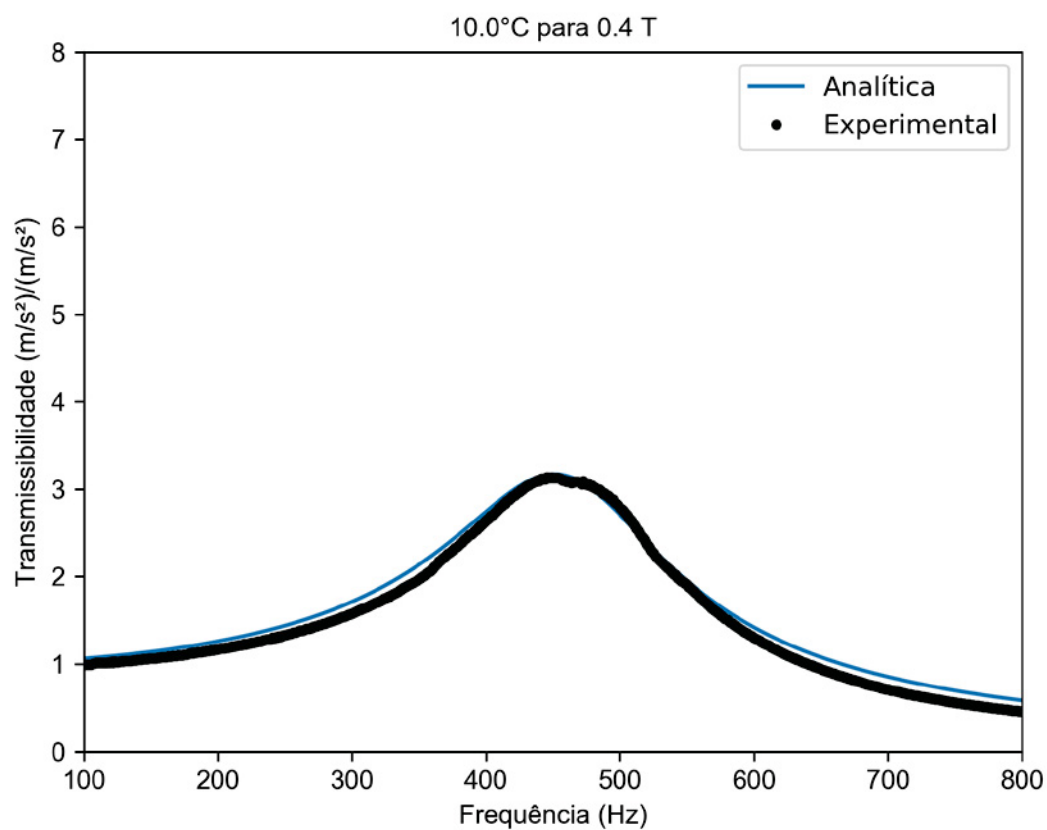


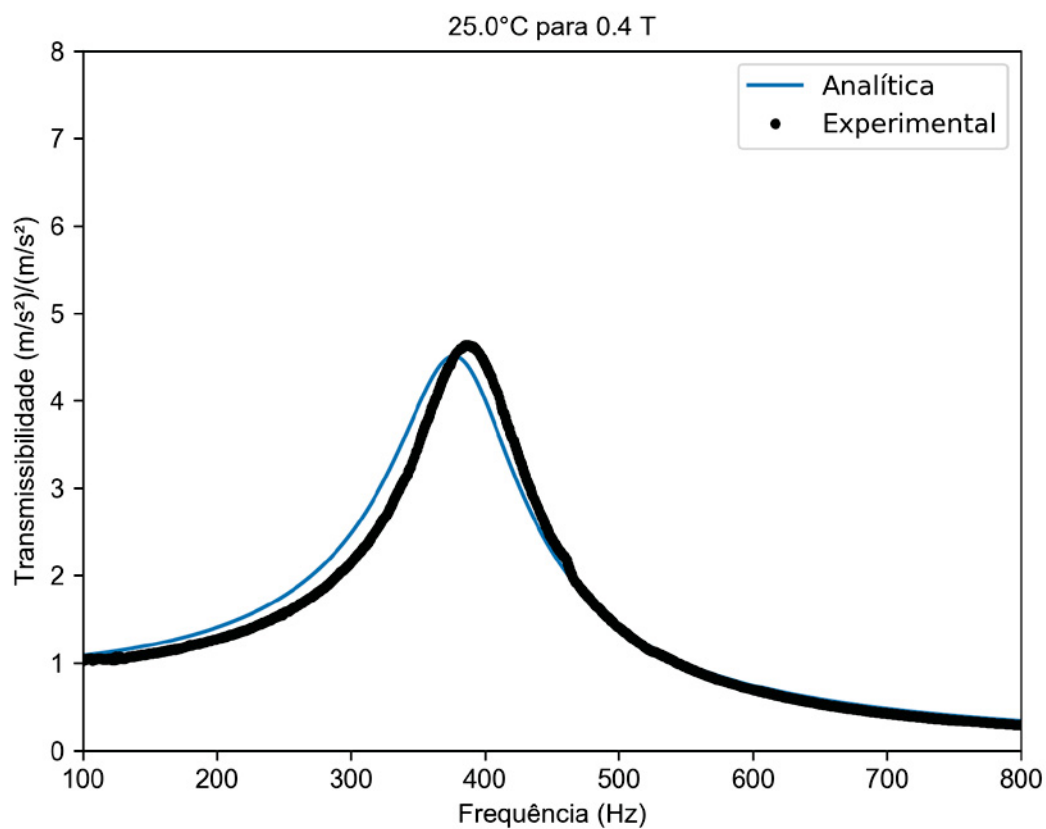
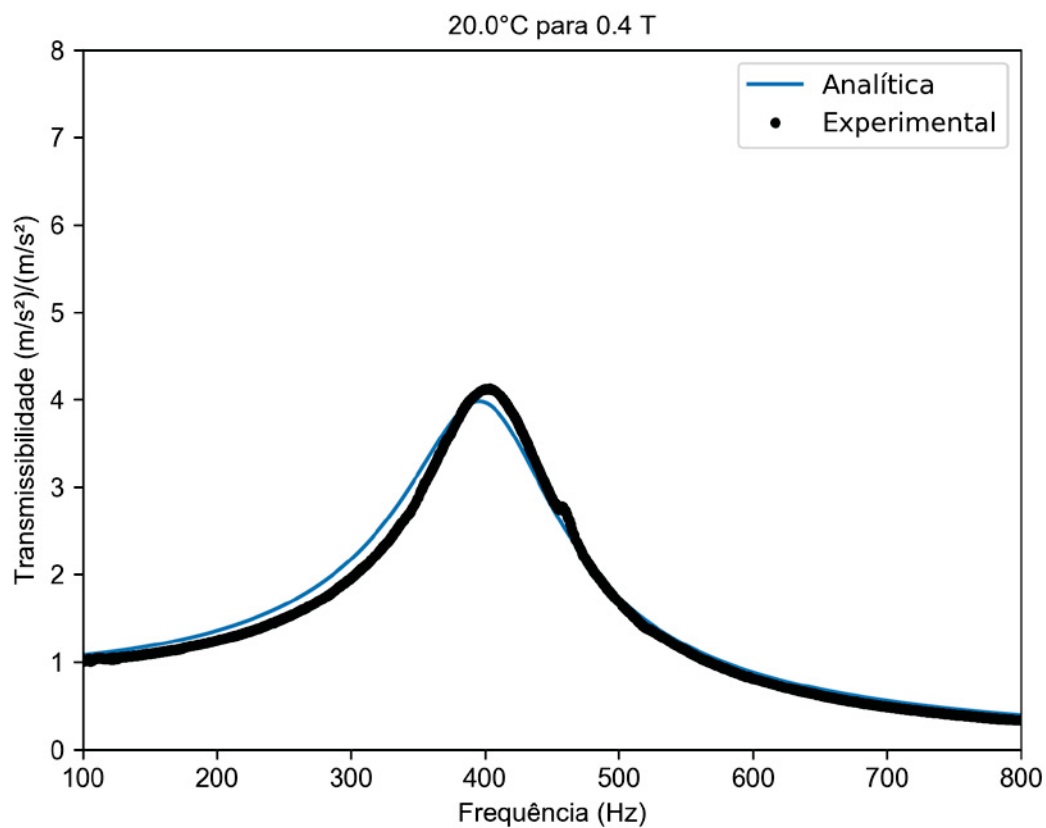


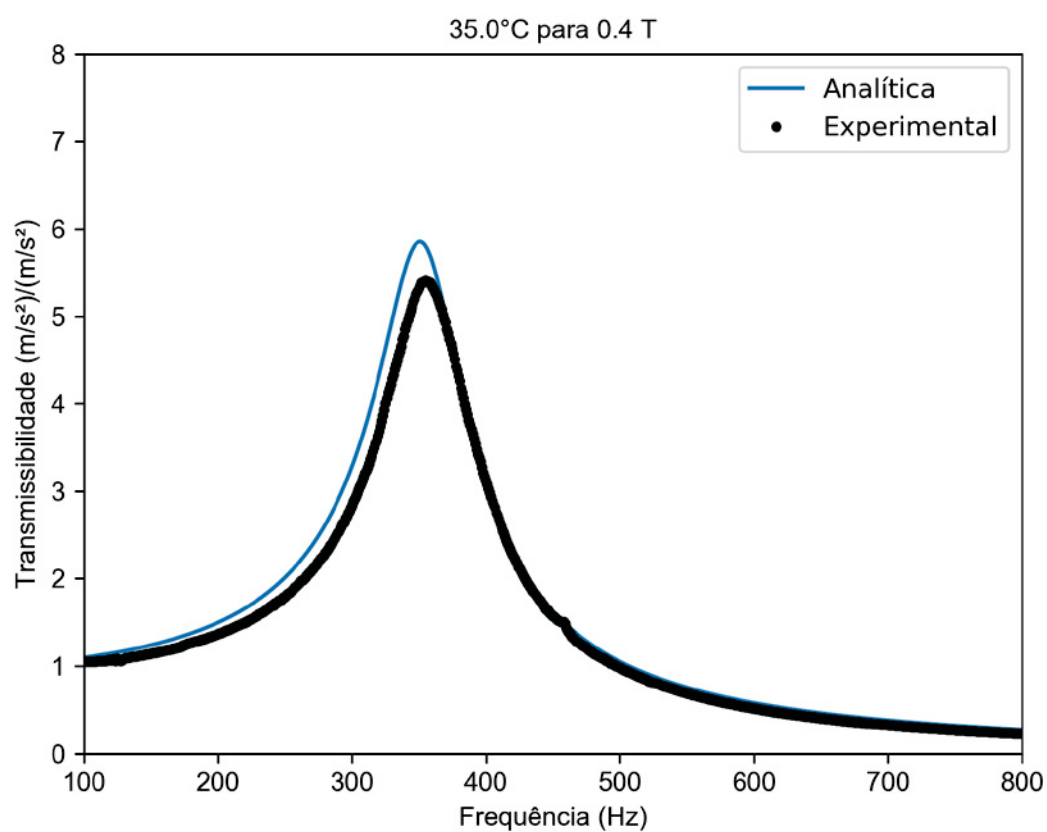
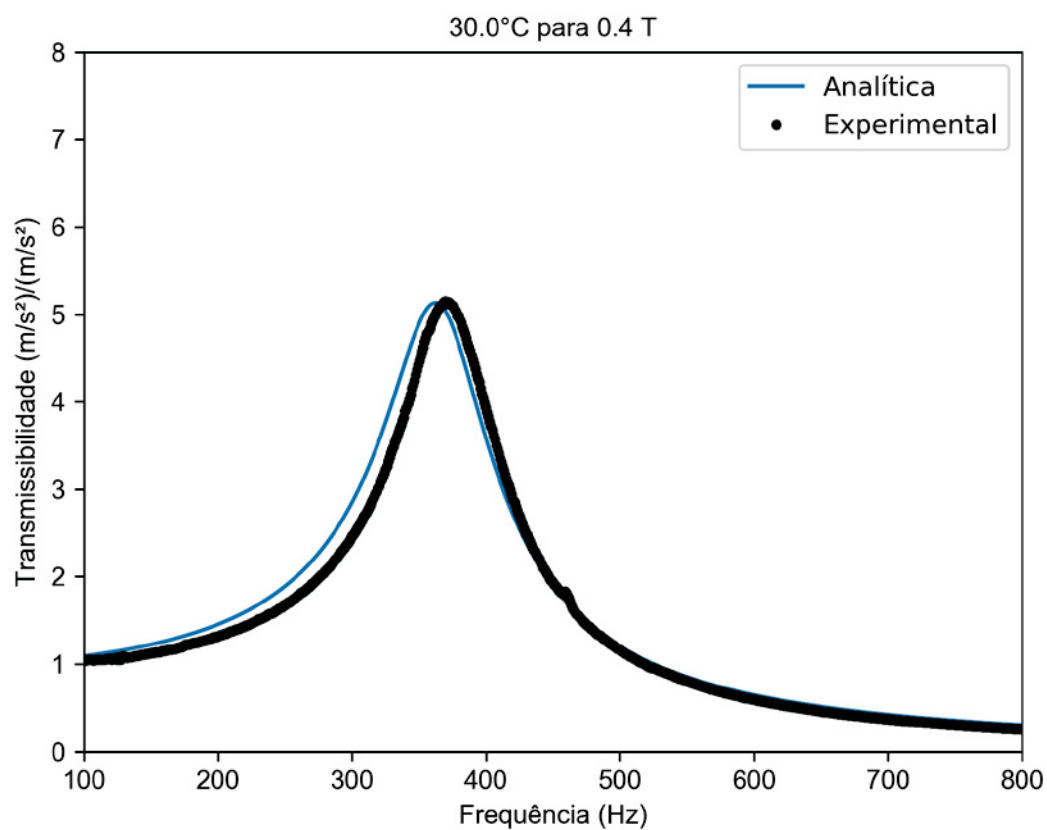


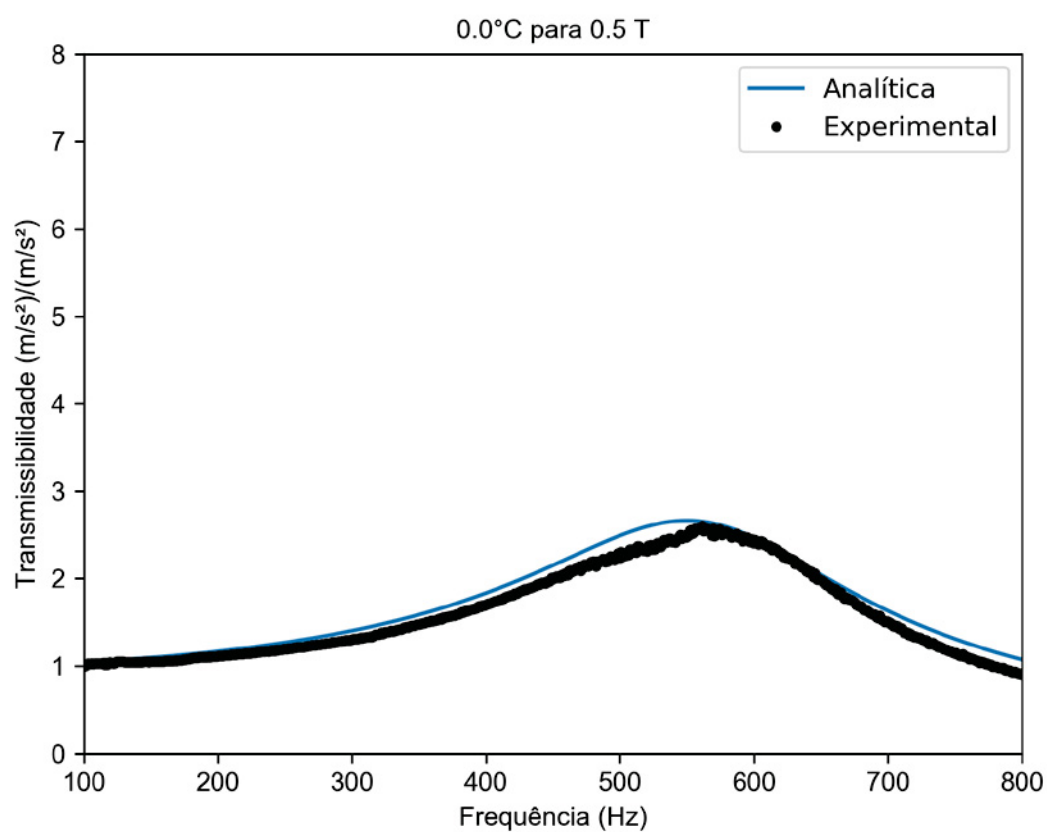
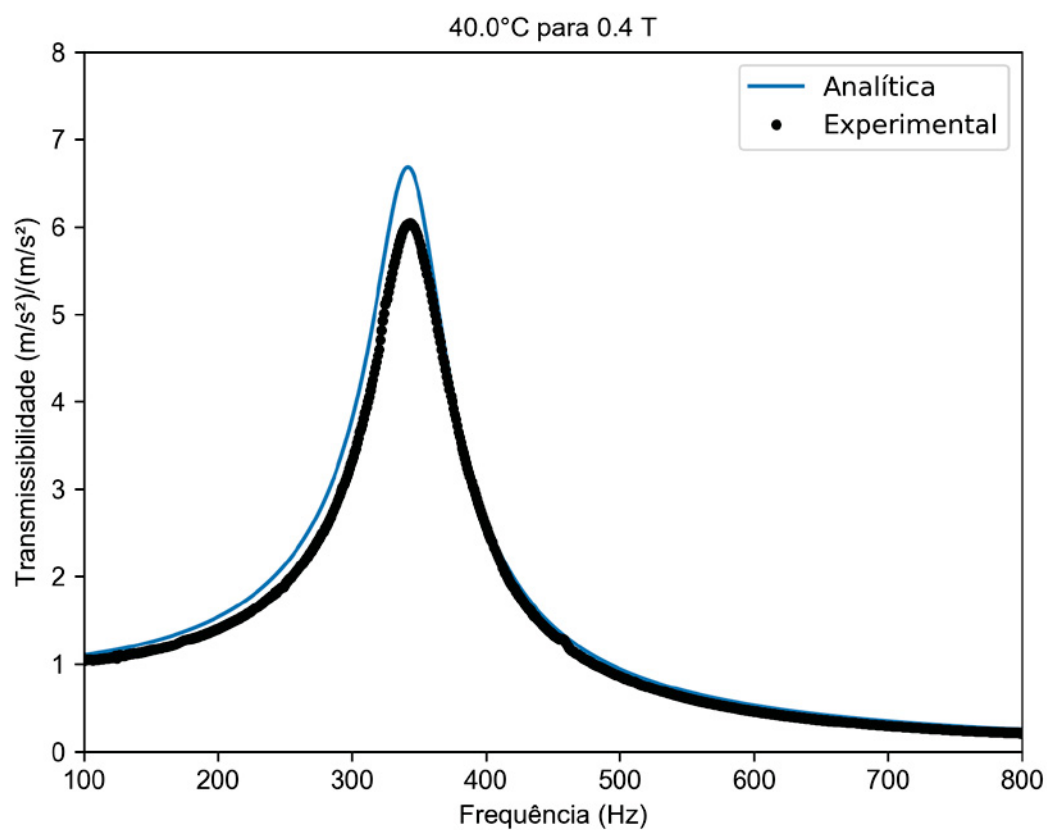


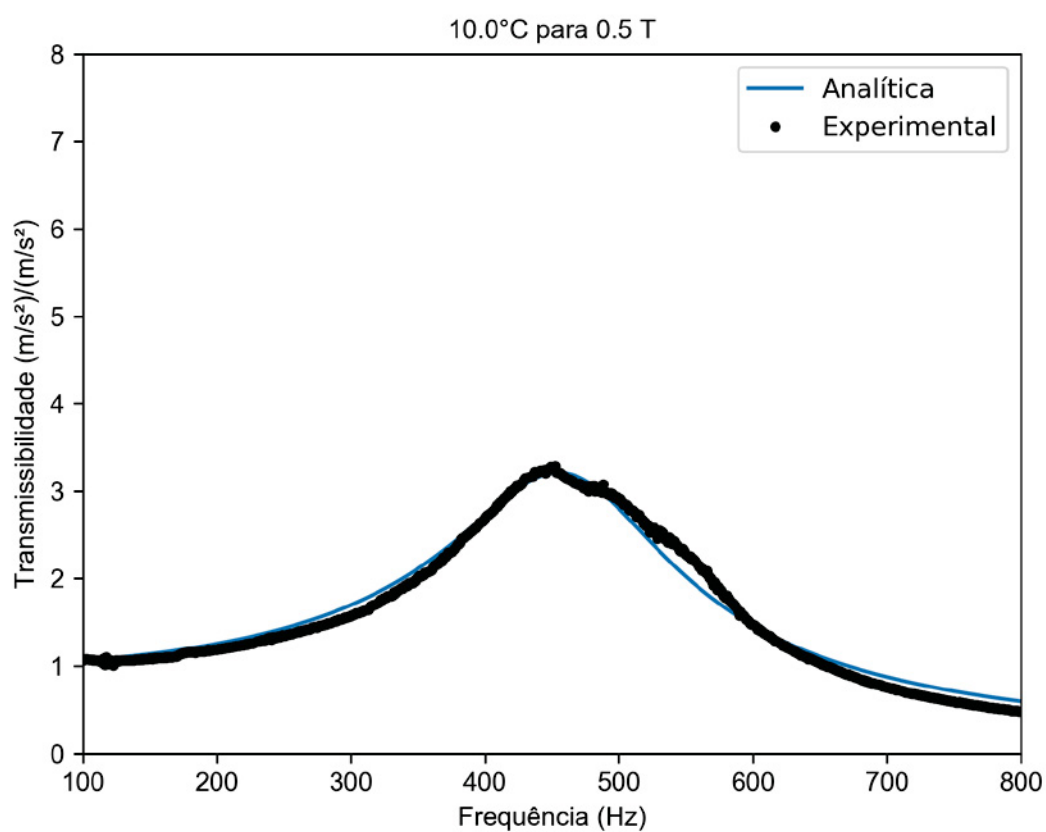
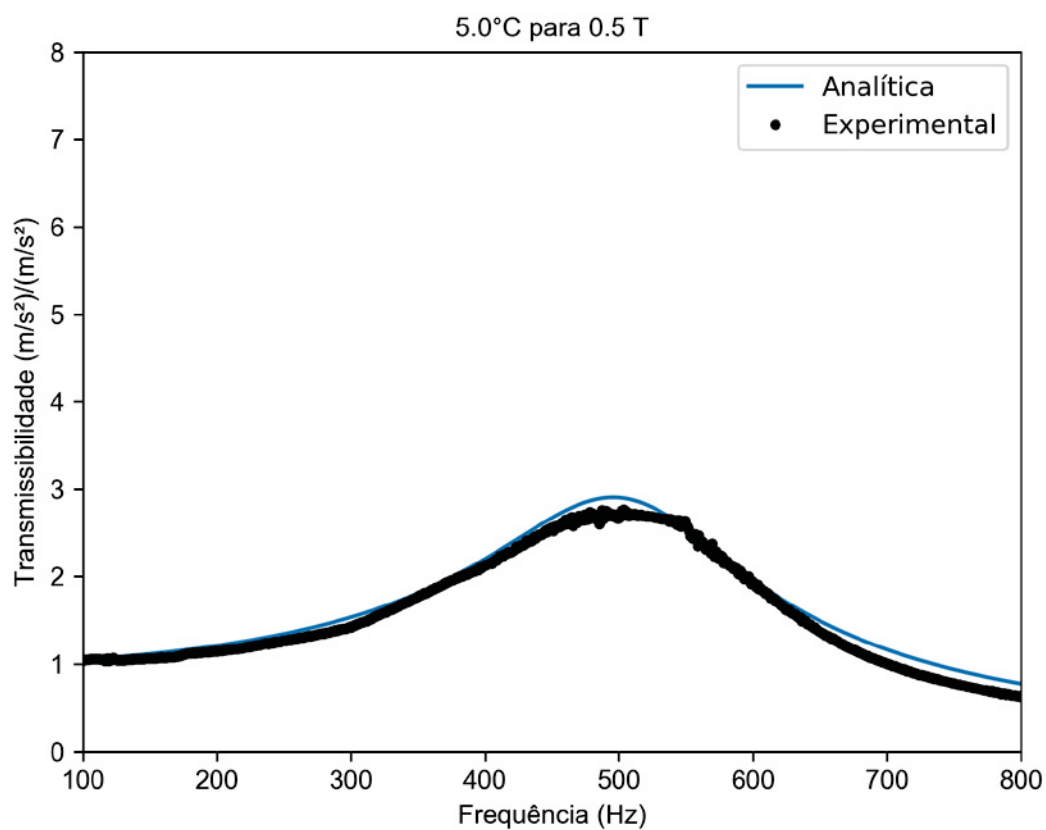


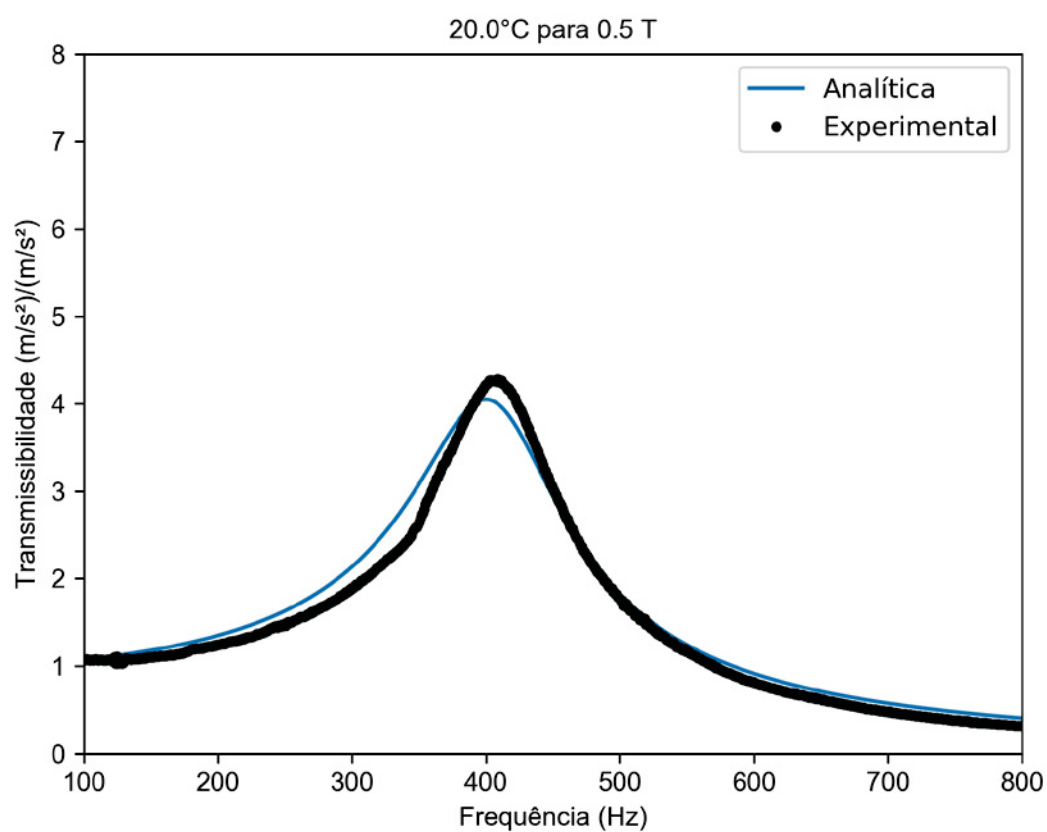
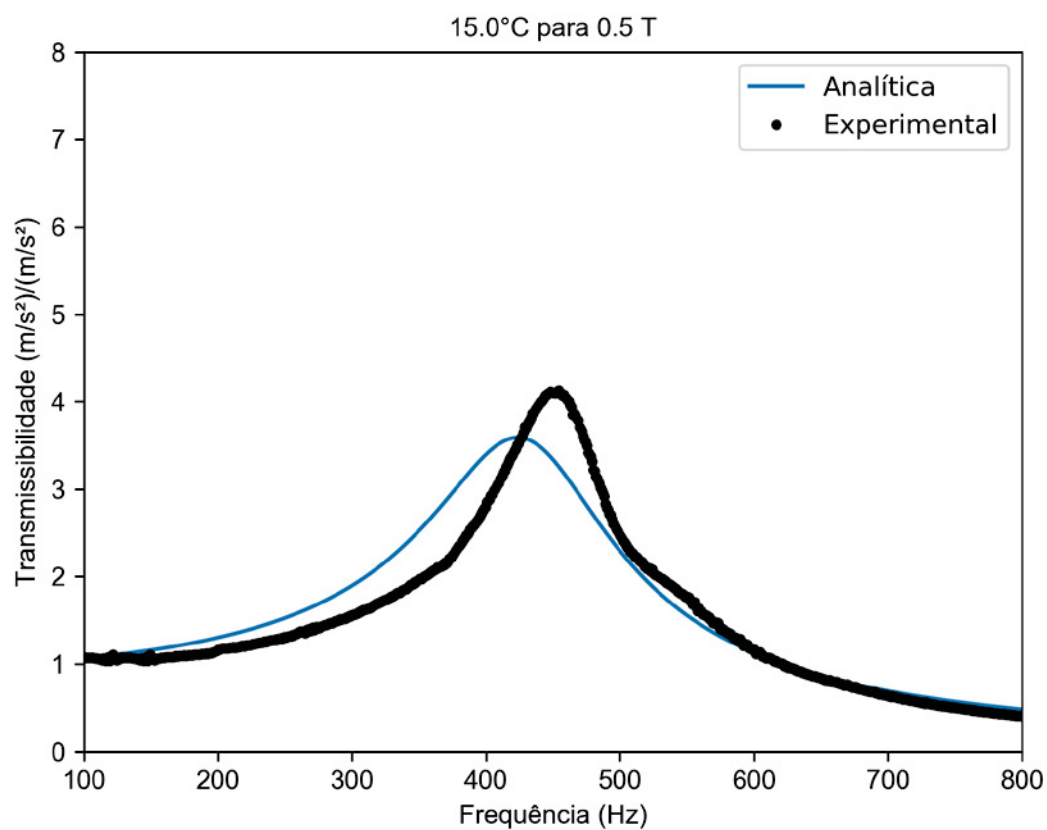


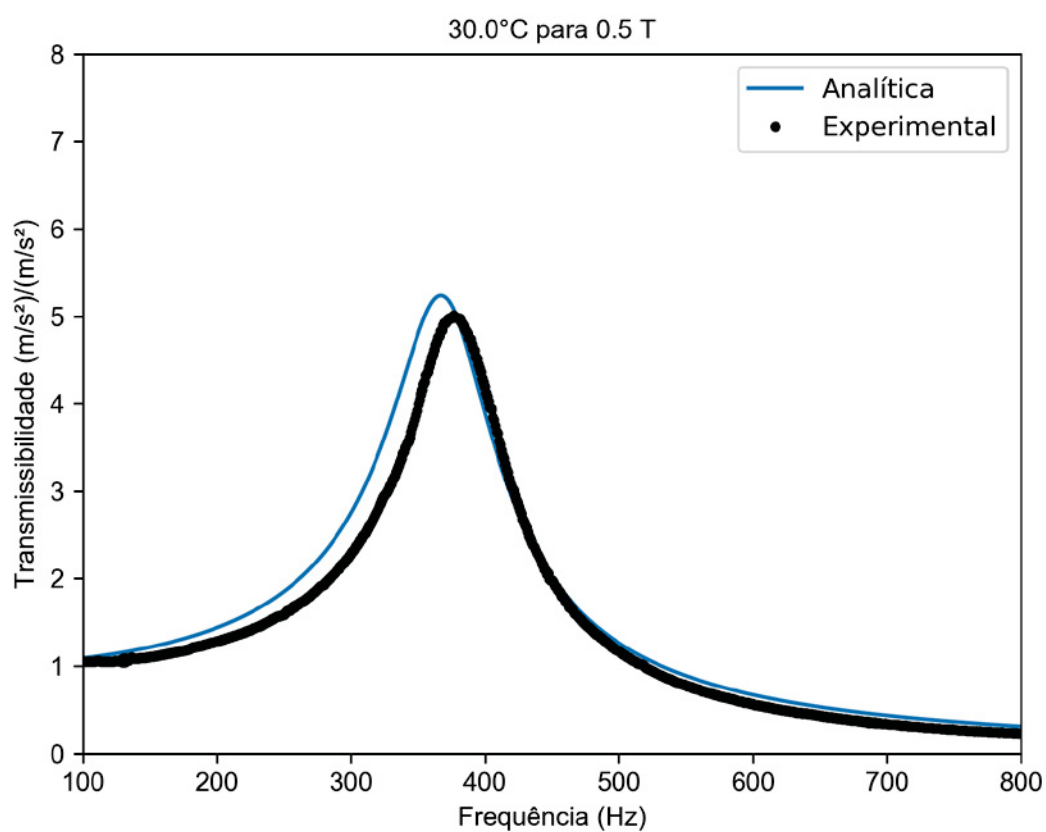
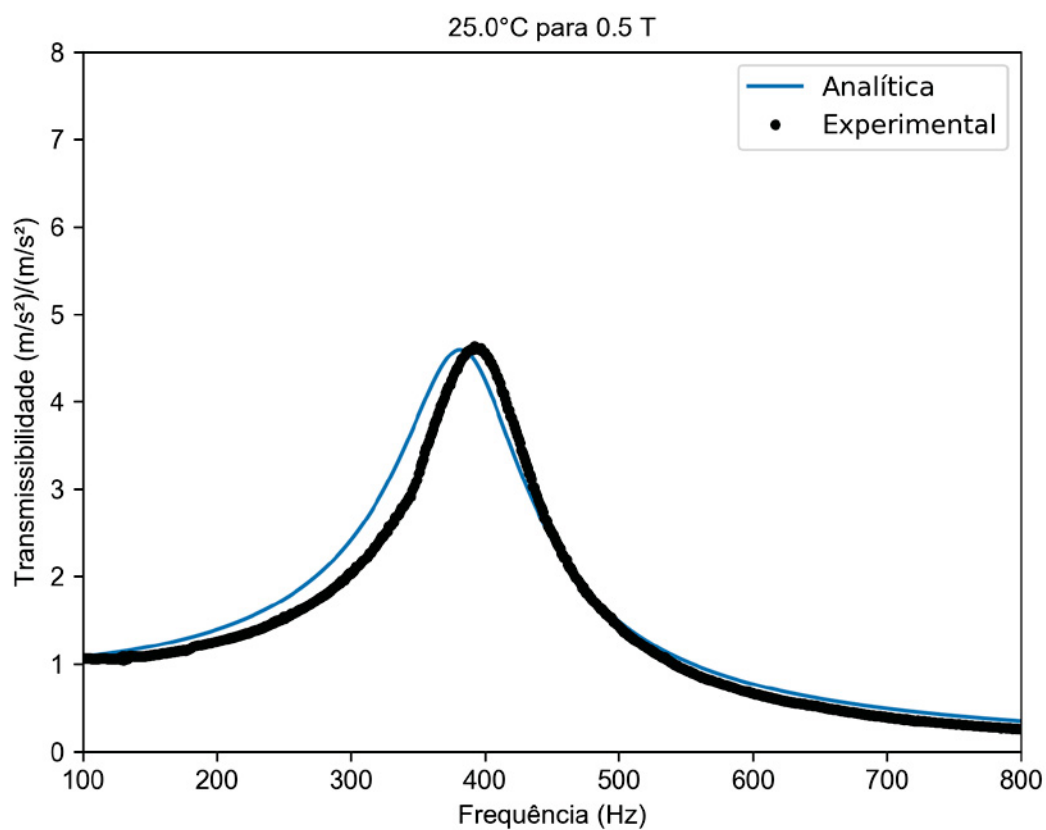


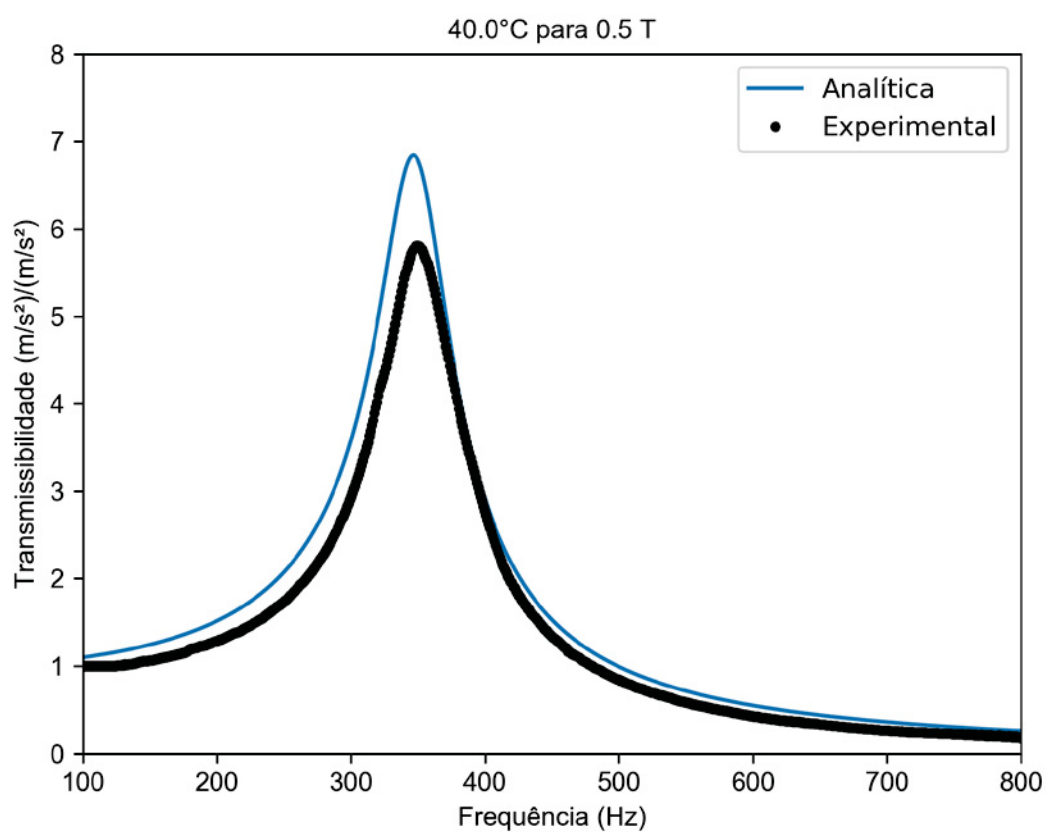
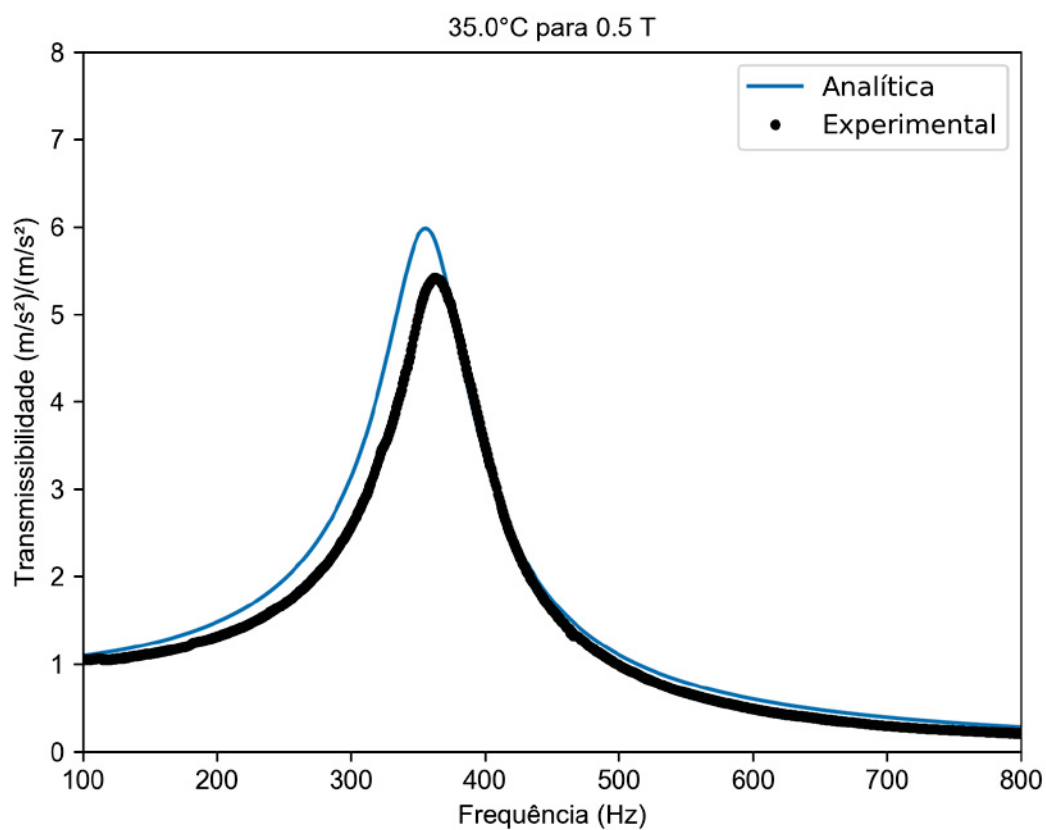




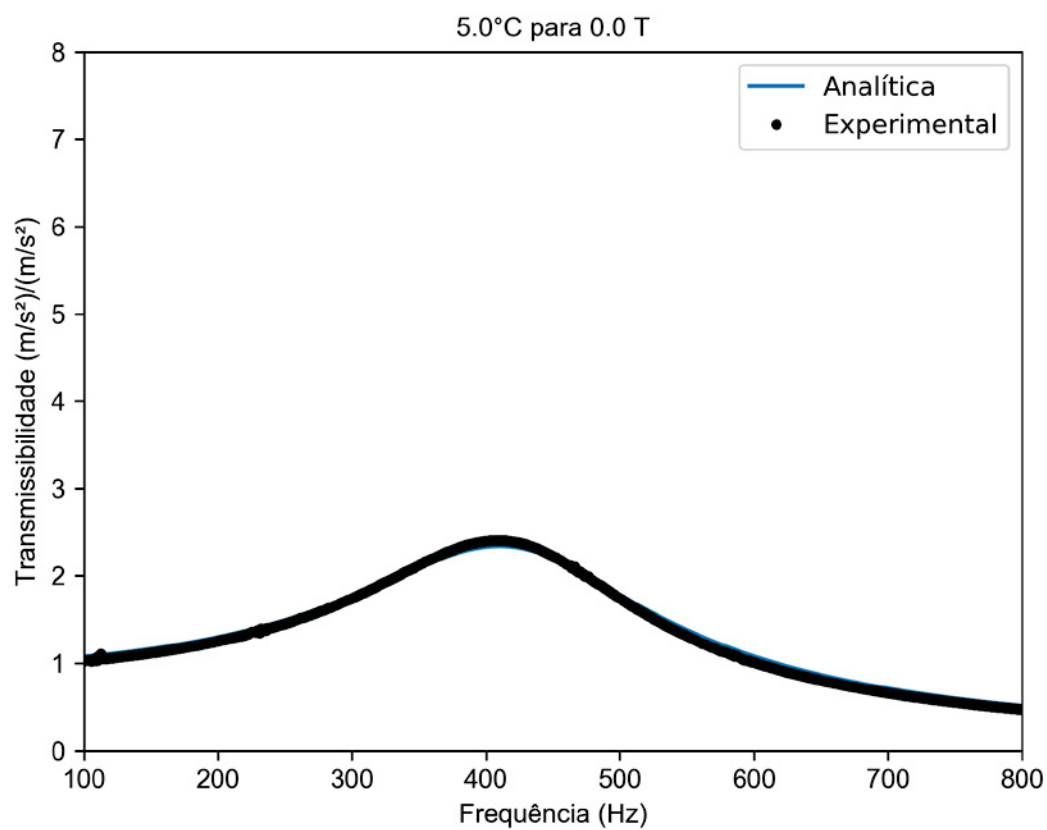
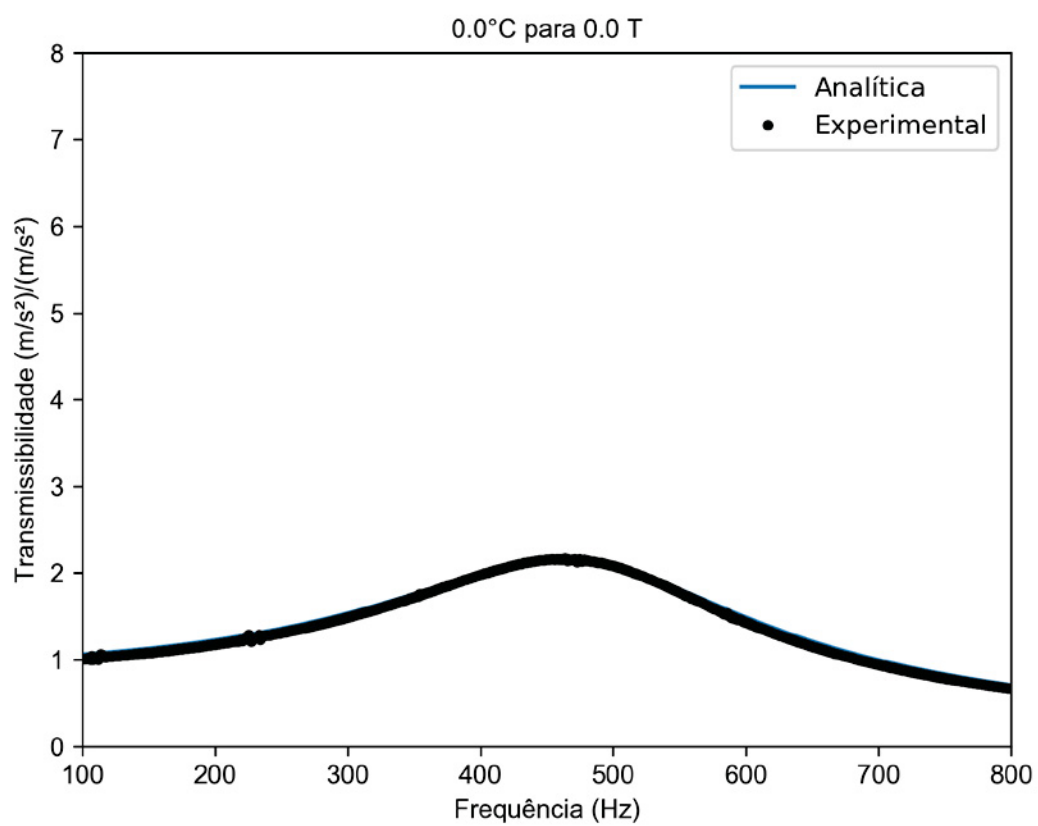


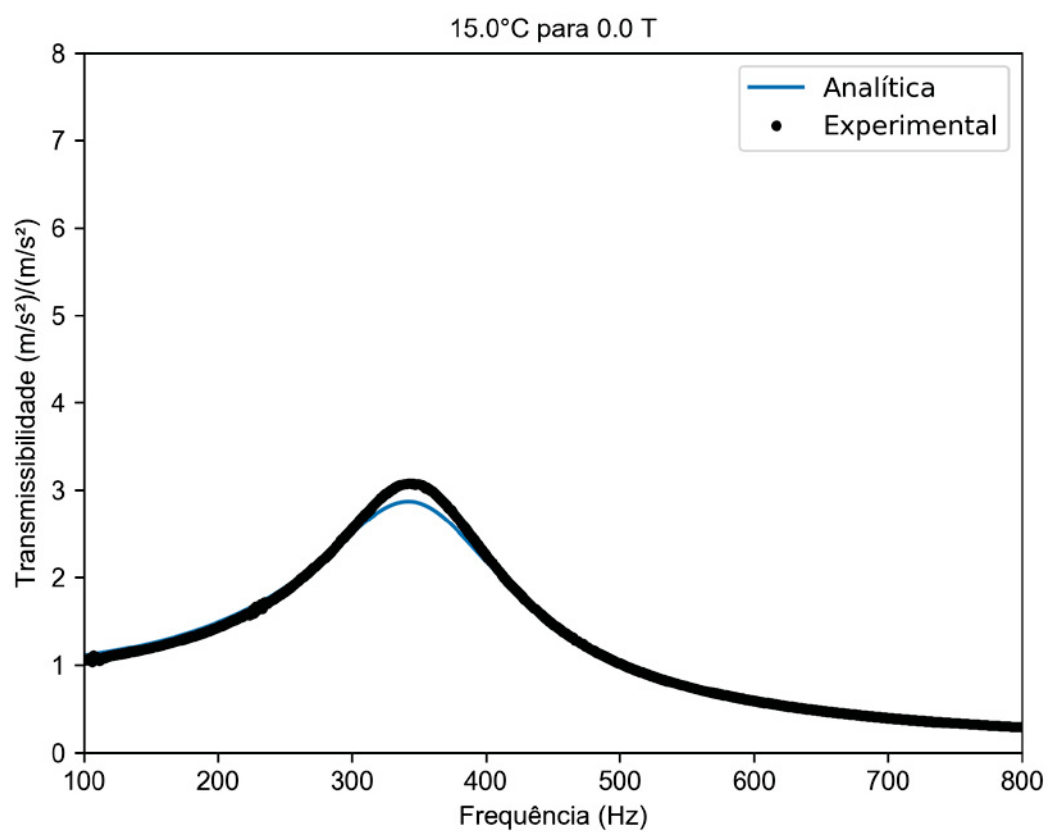
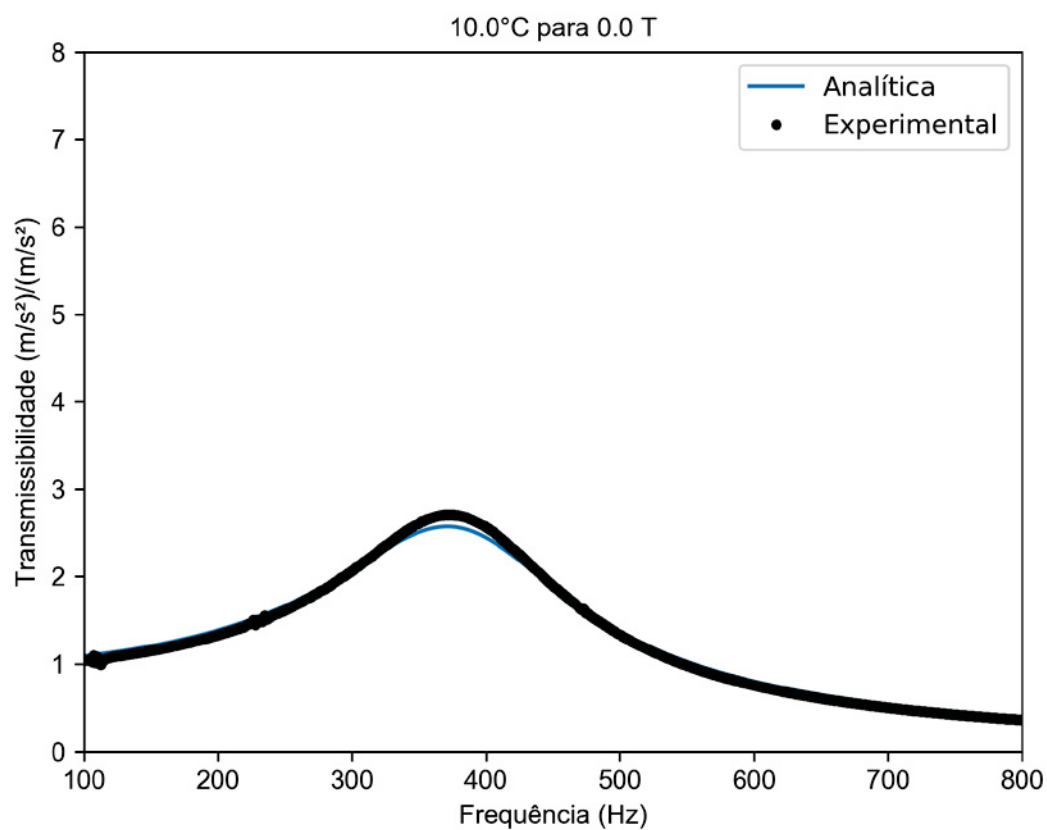


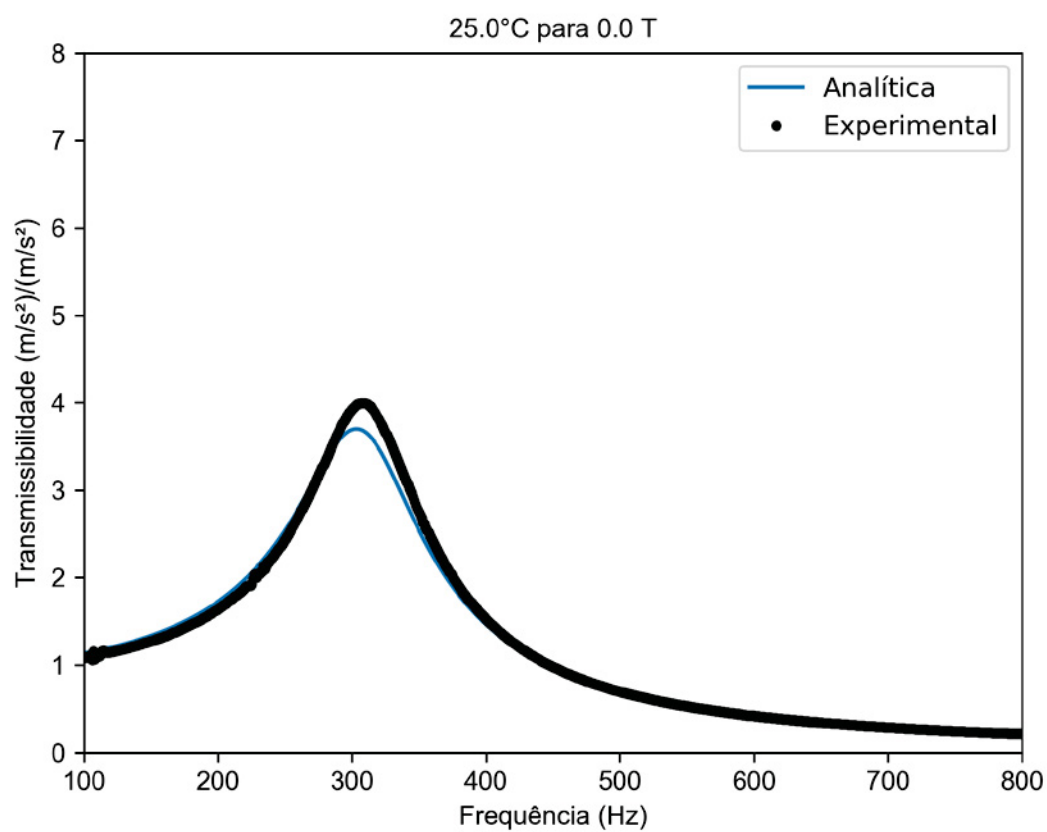
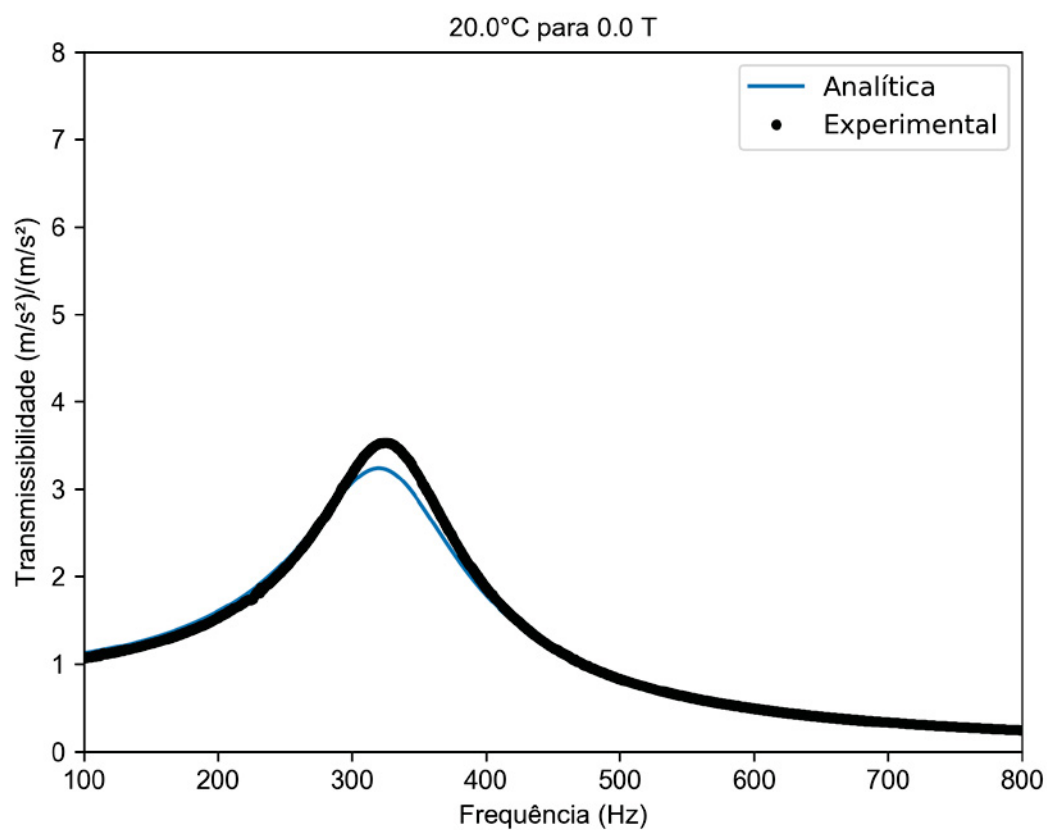


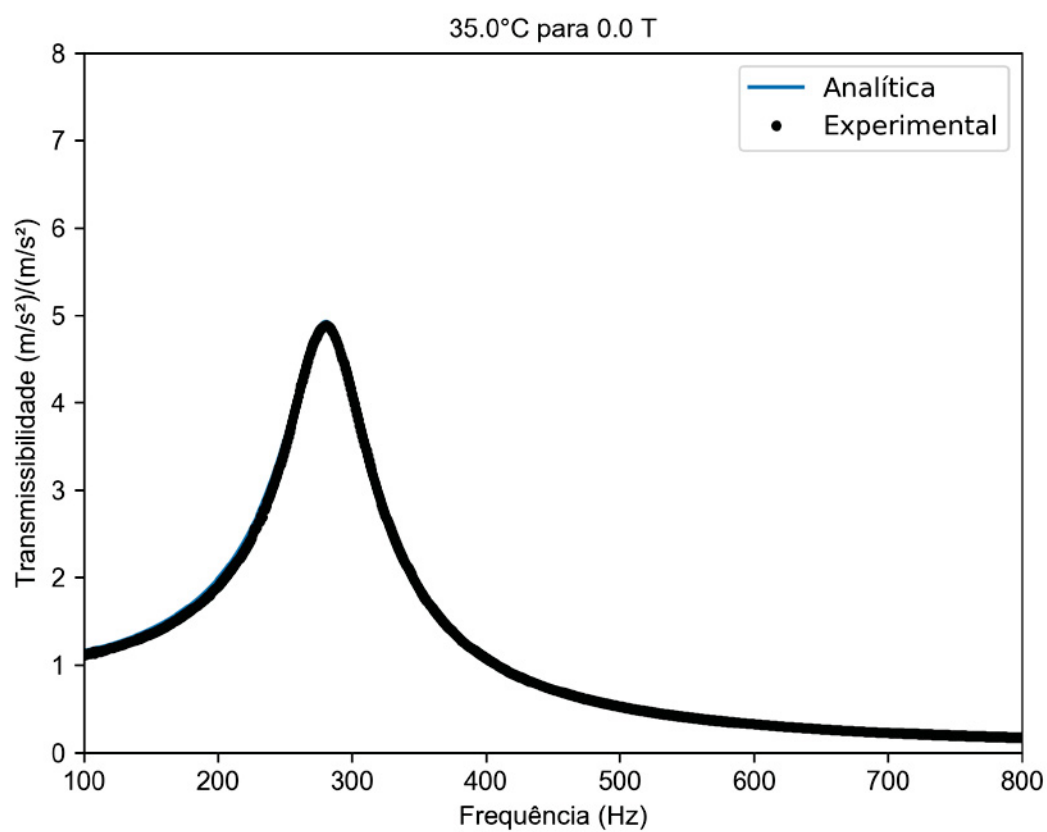
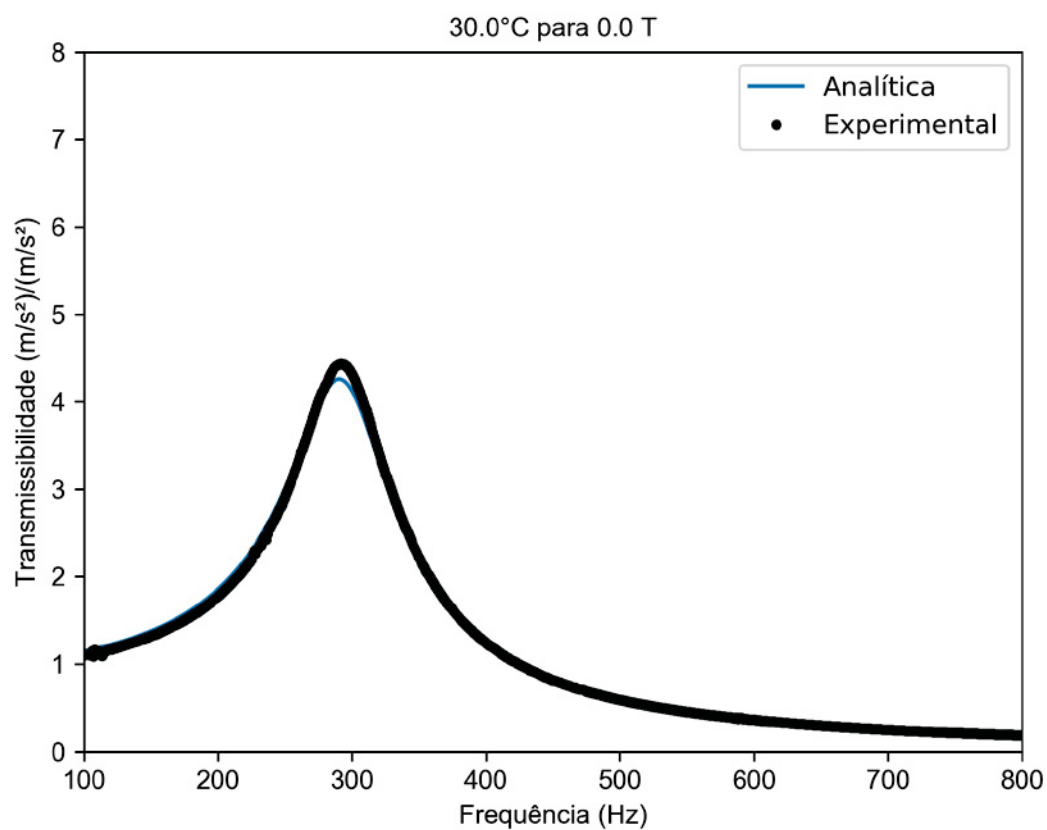


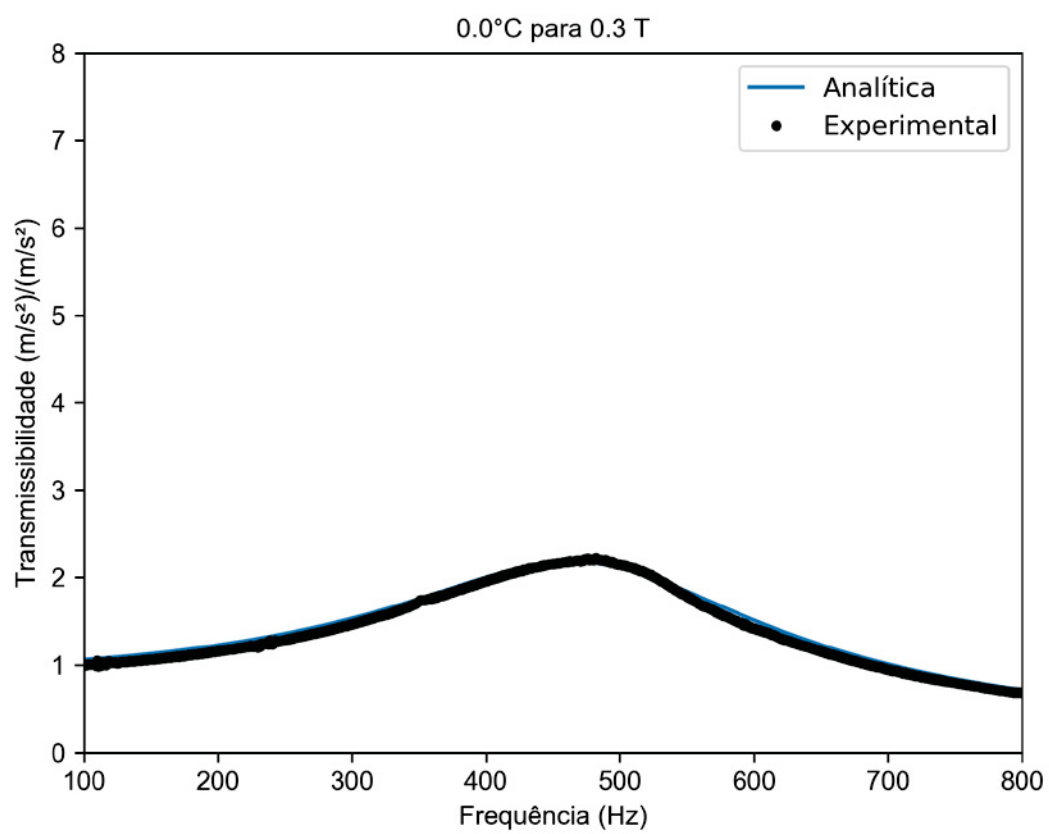
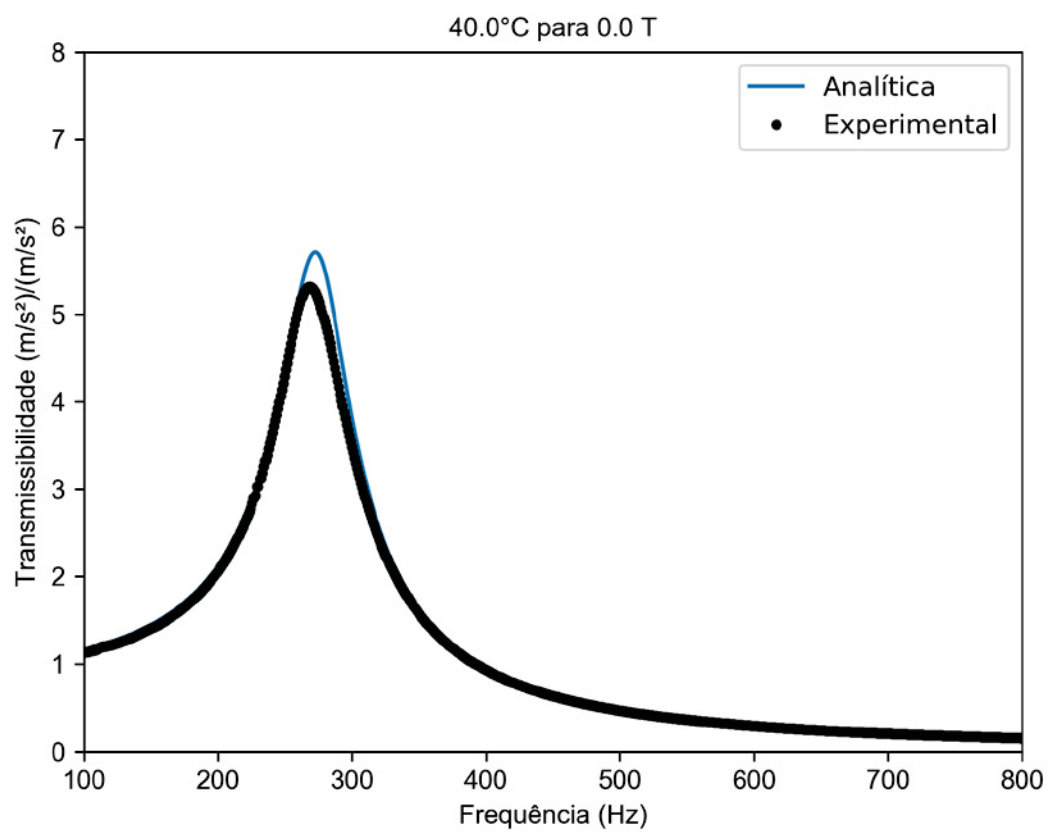


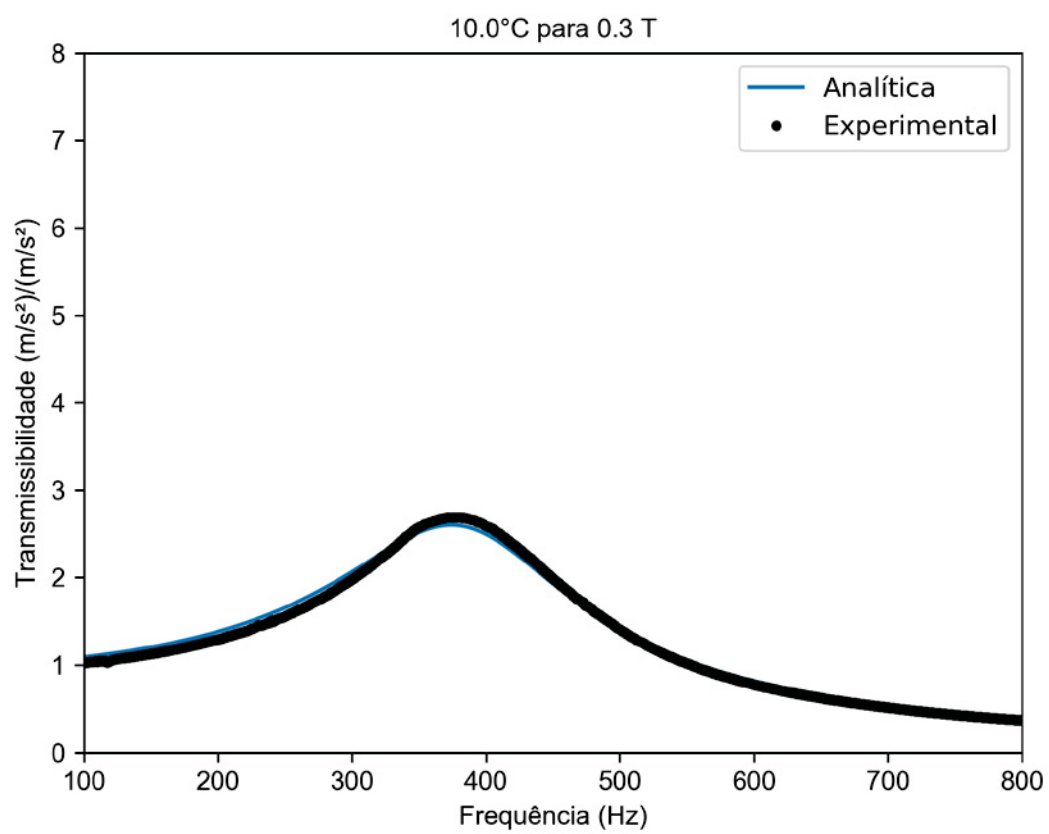
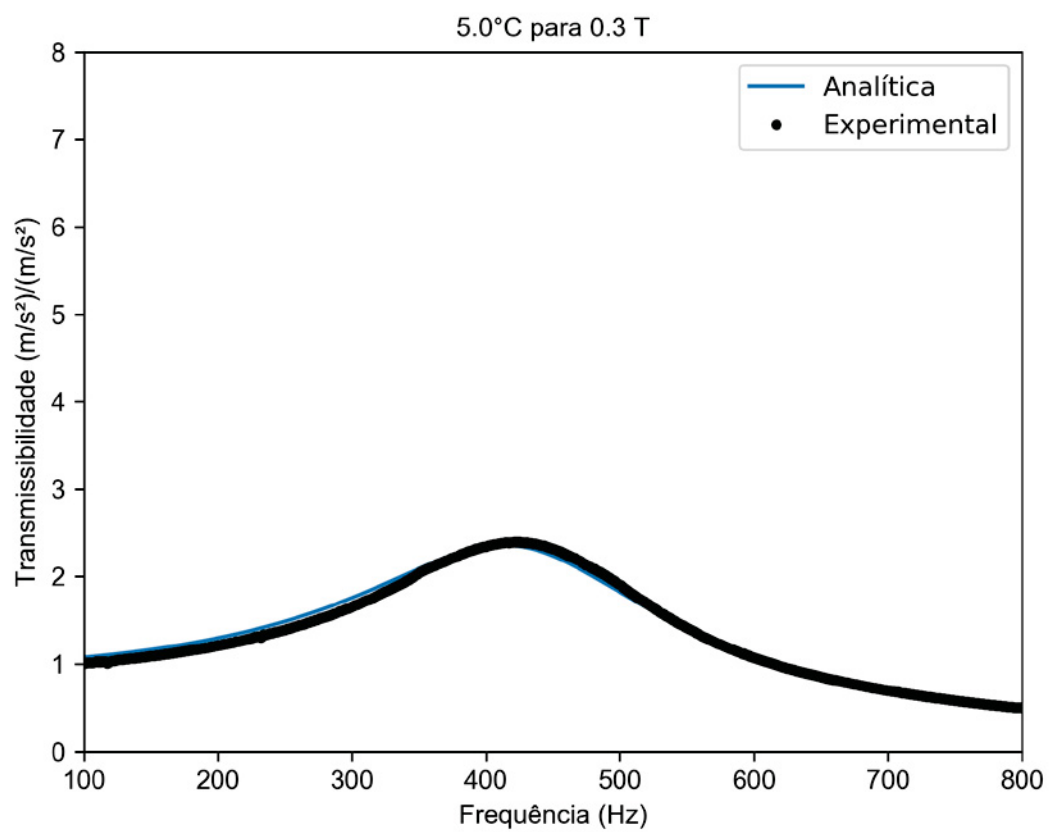
Curvas de Transmissibilidade para o  $MRE_{20\%}$ 

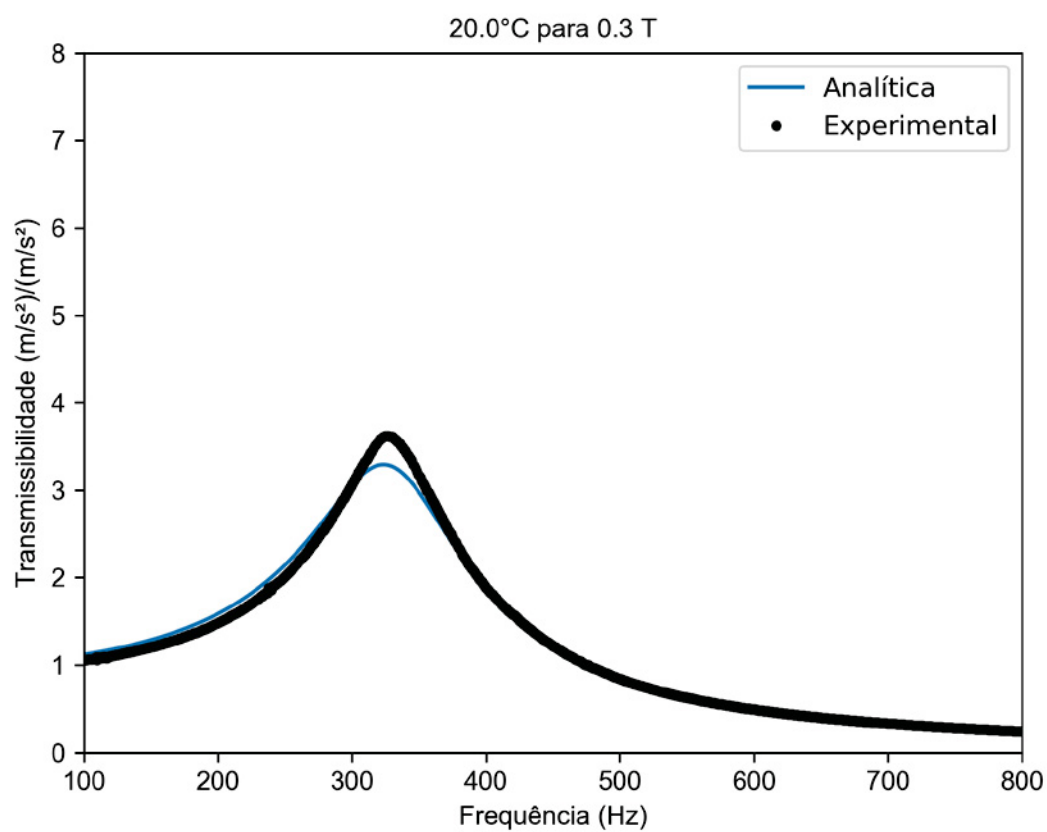
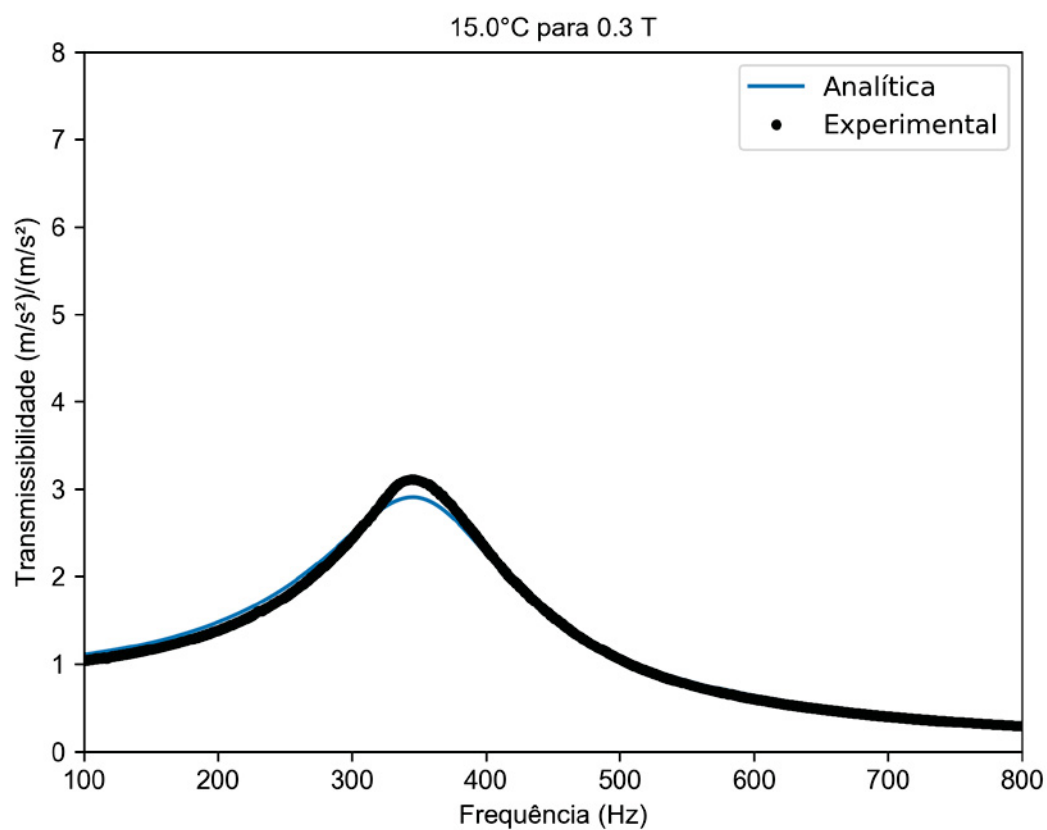


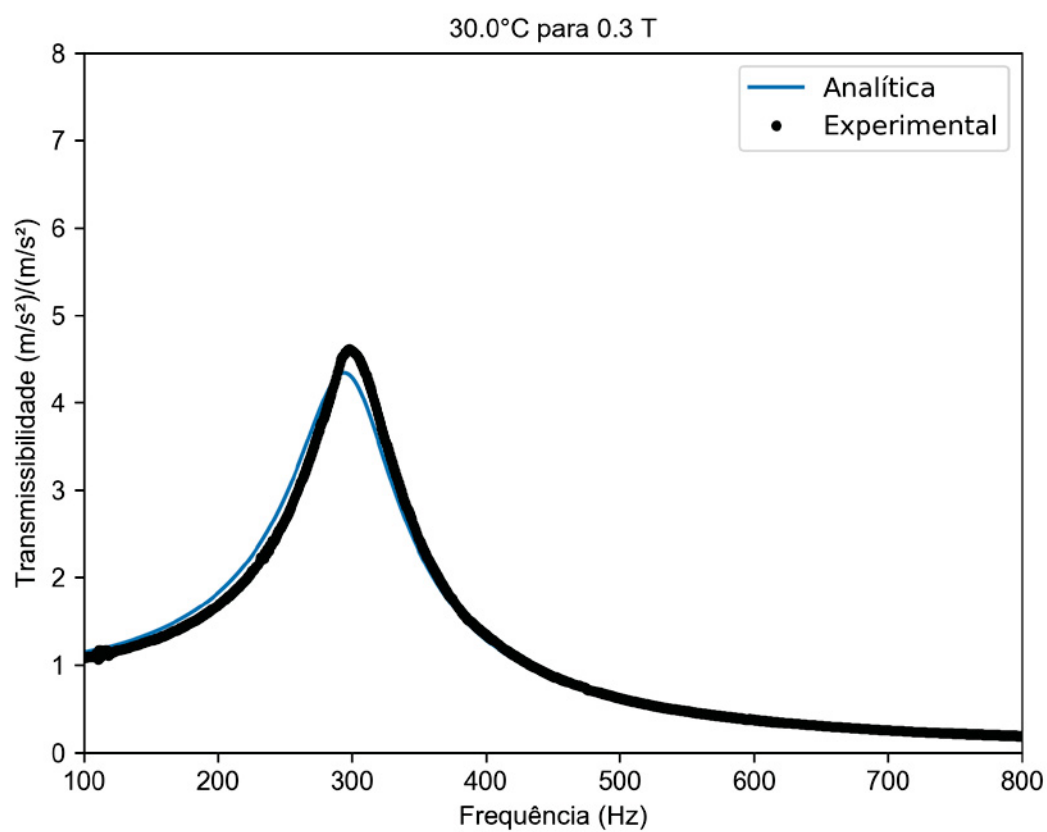
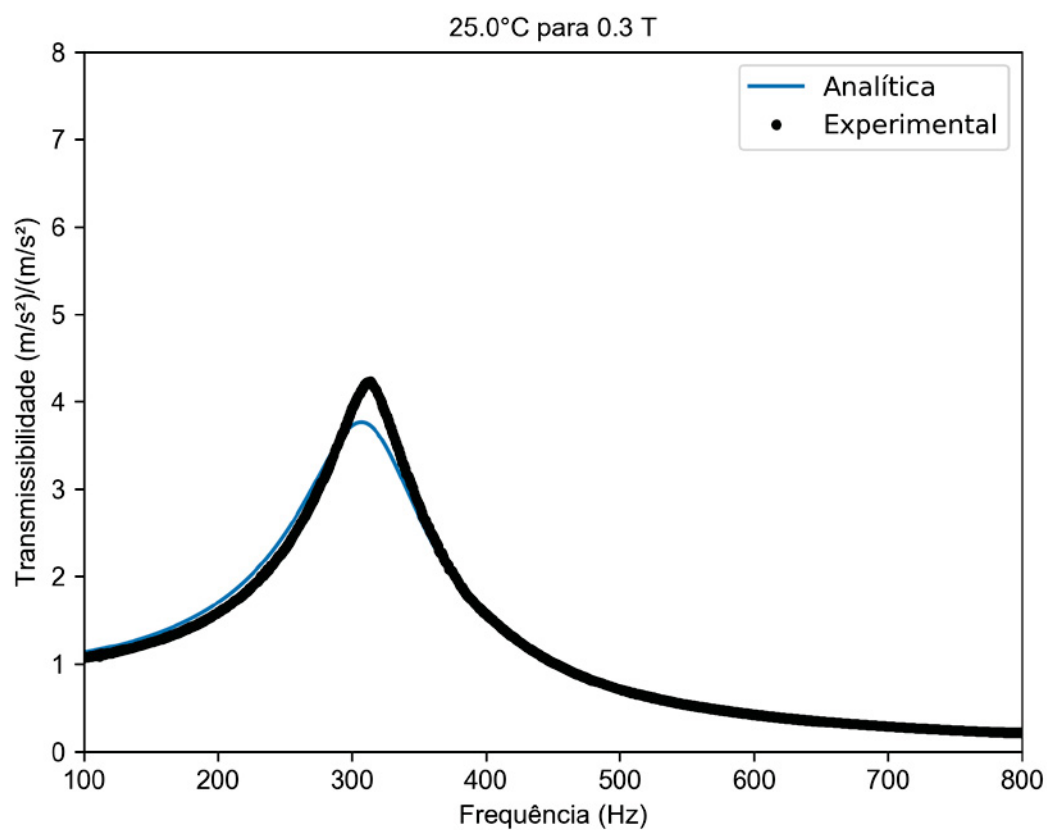




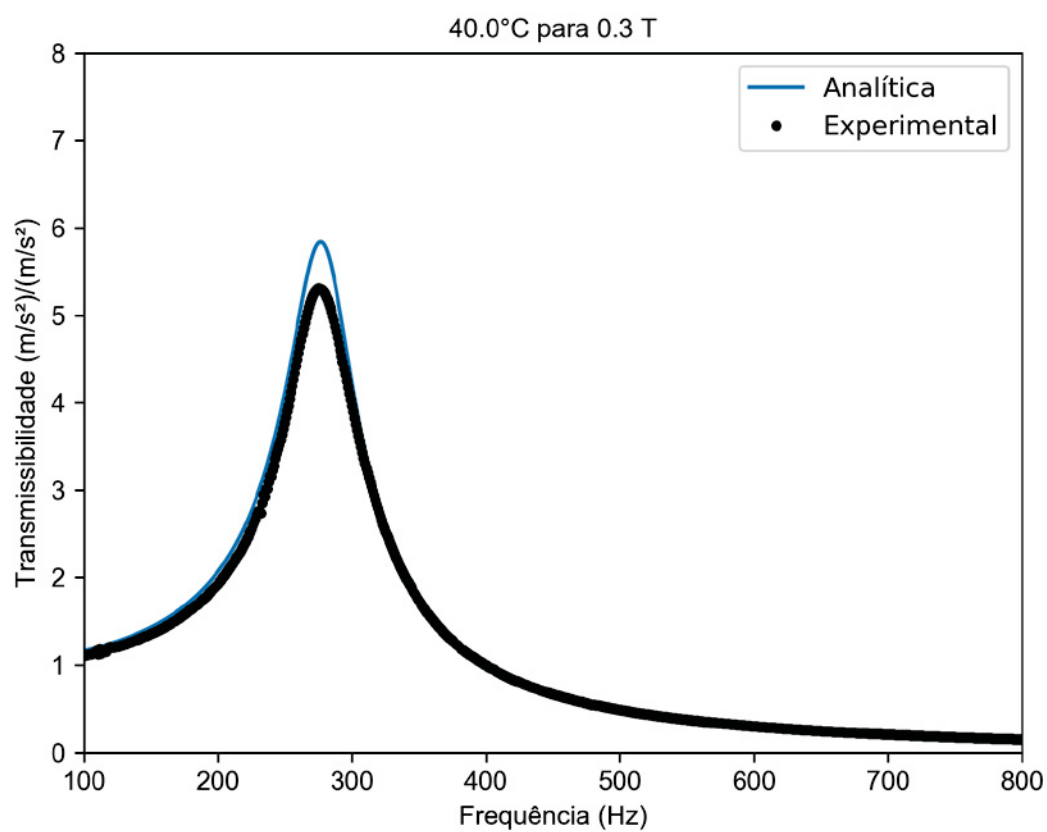
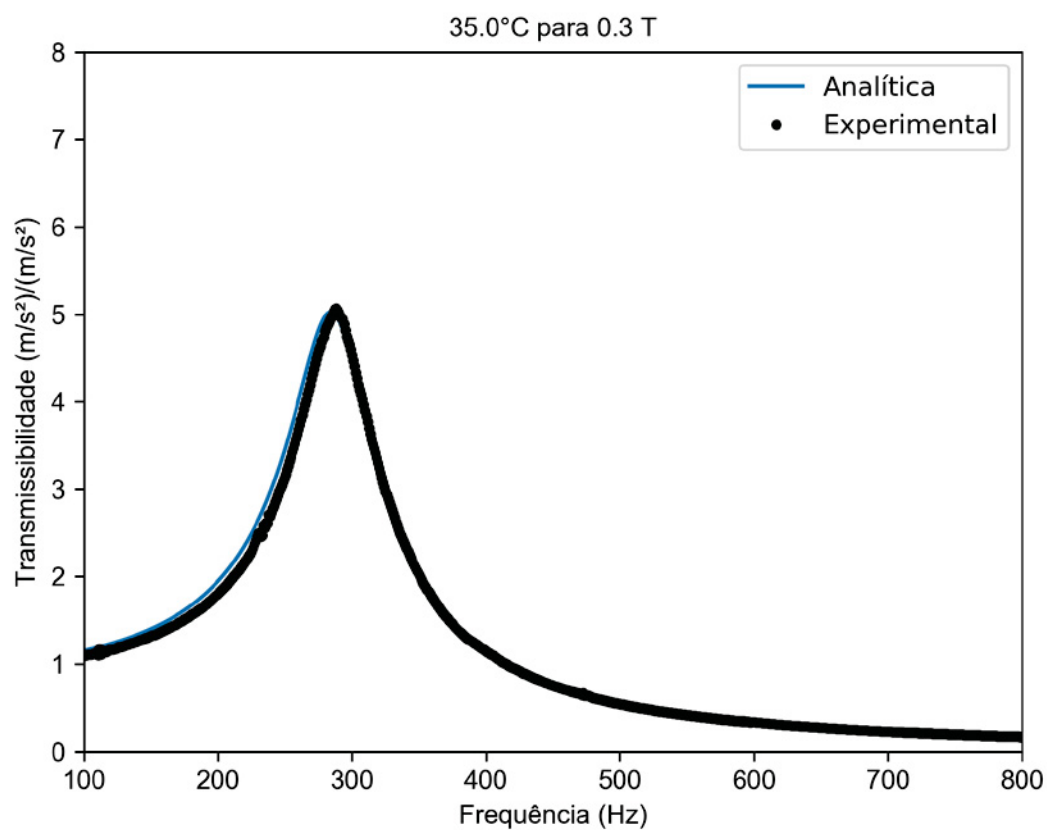


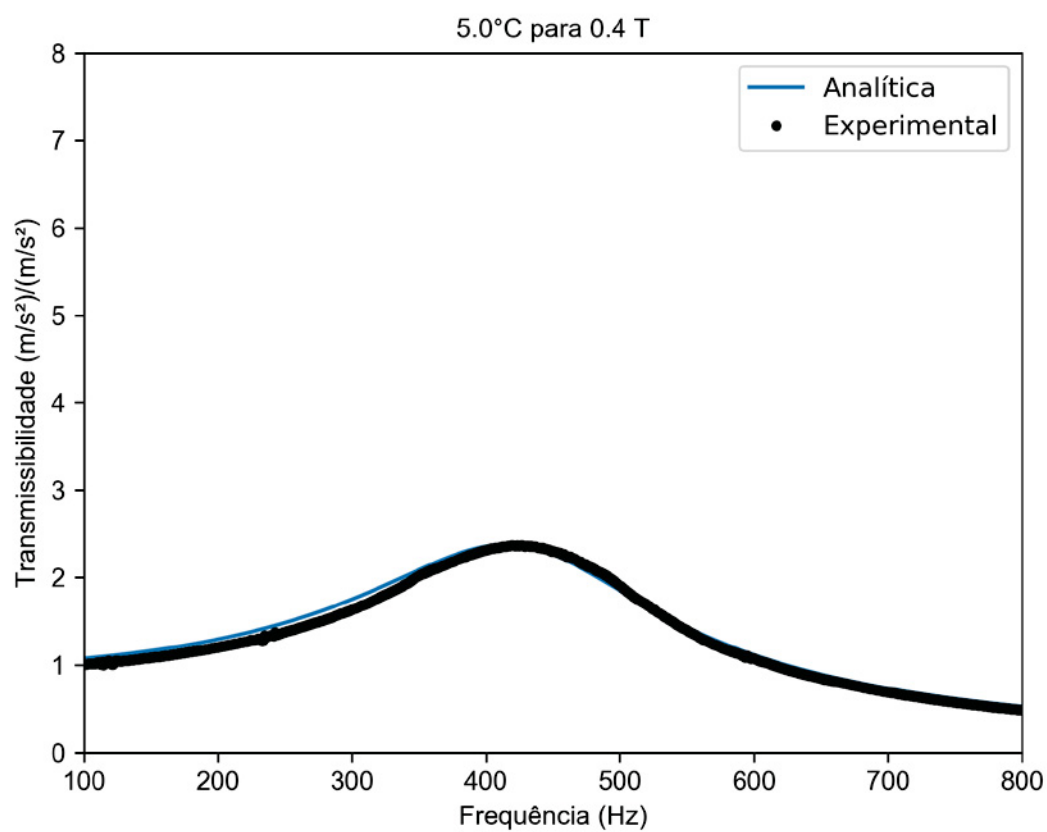
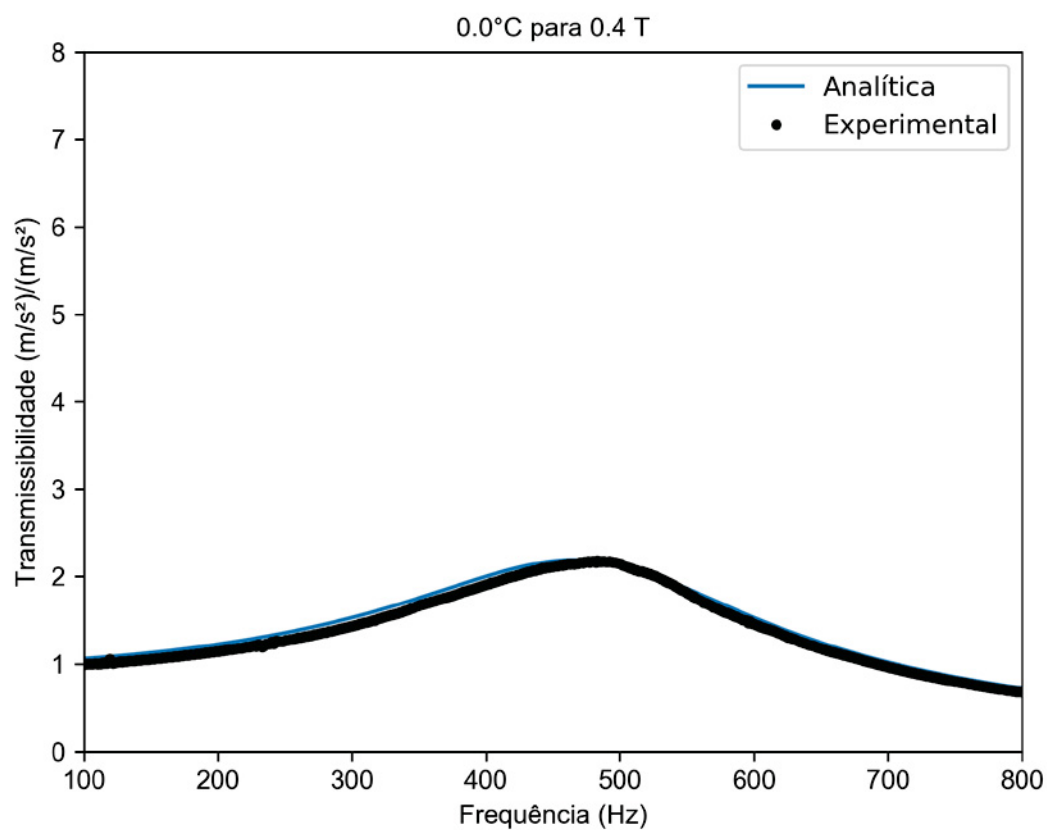


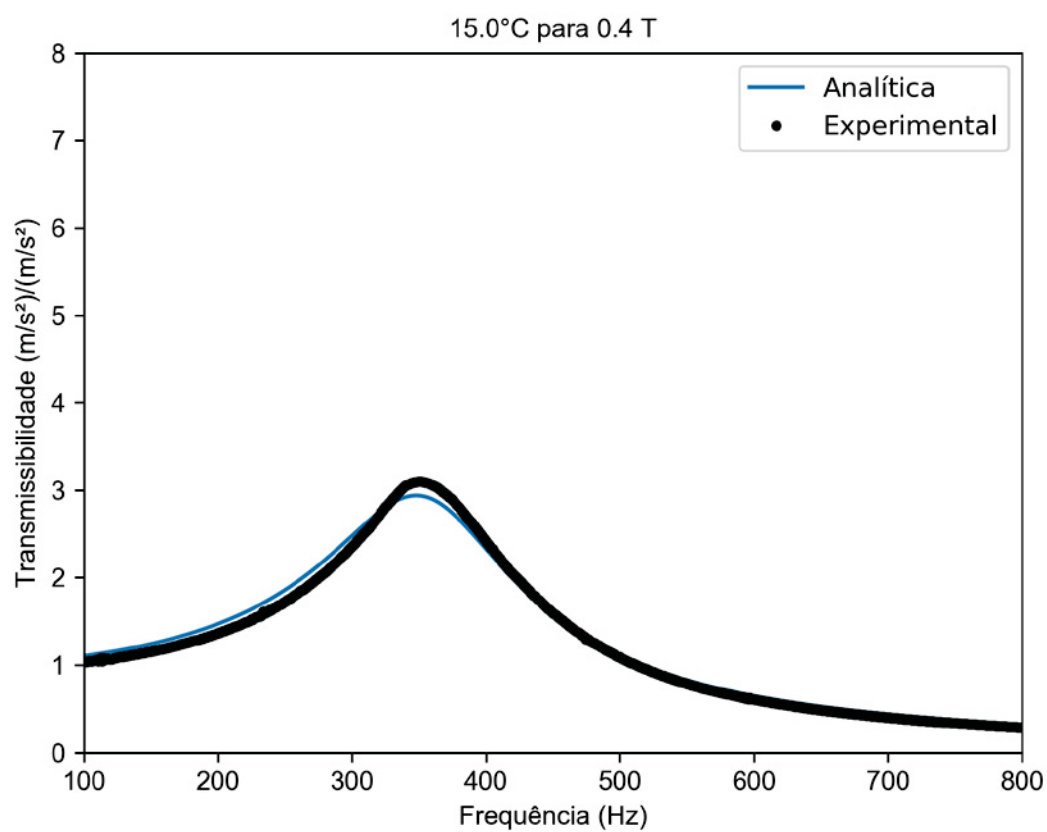
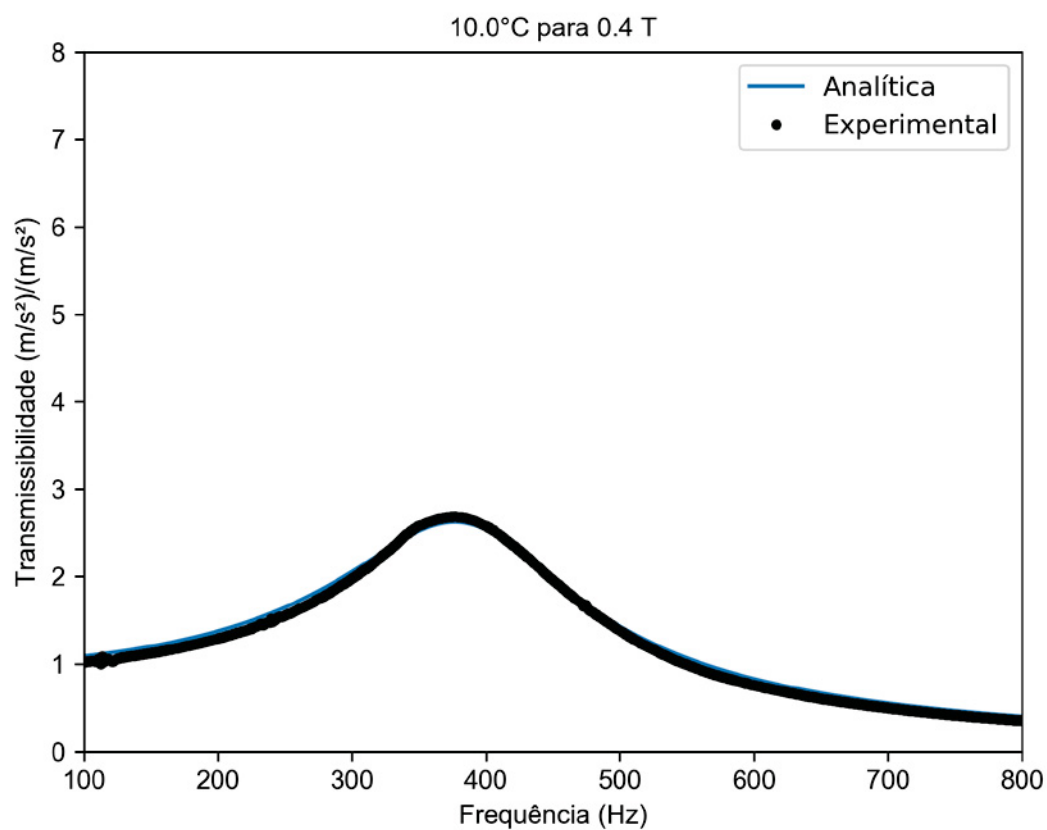


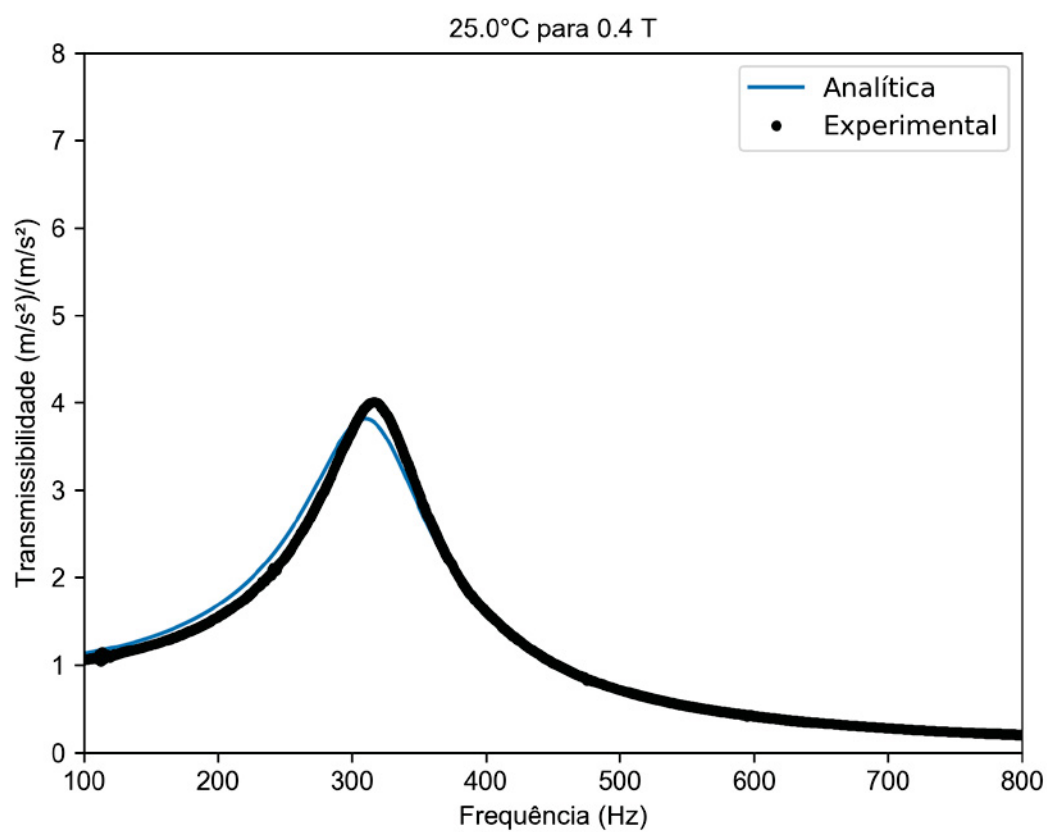
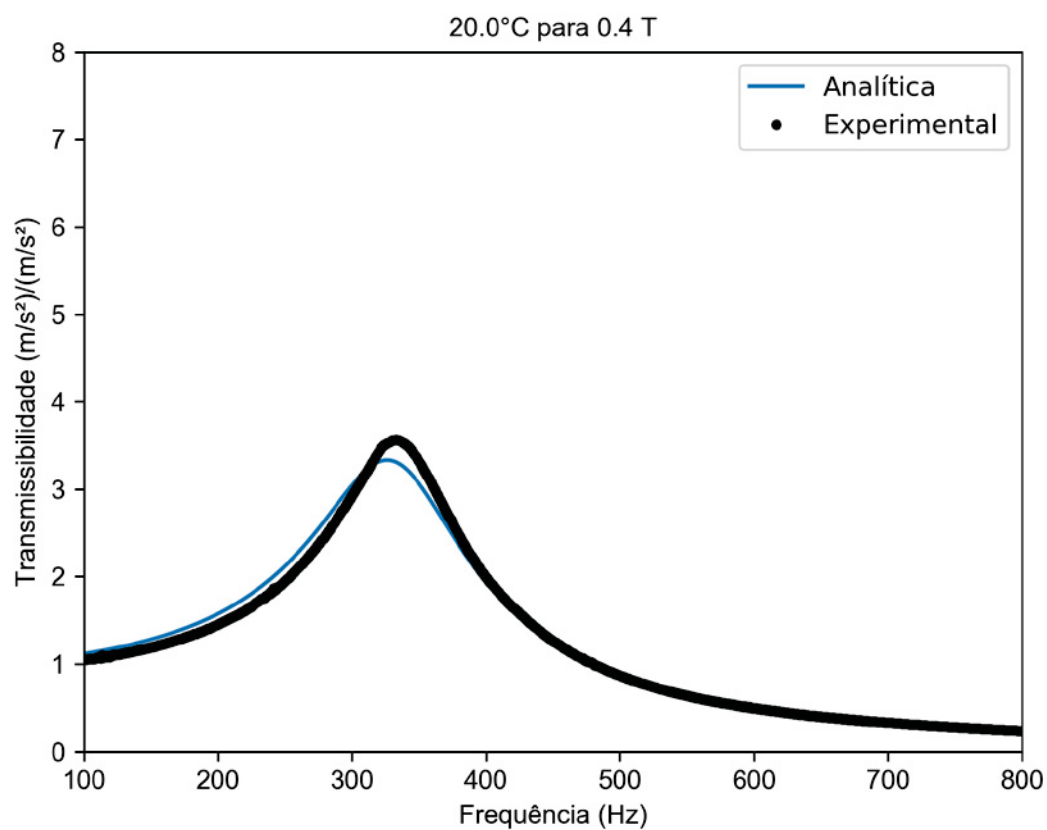


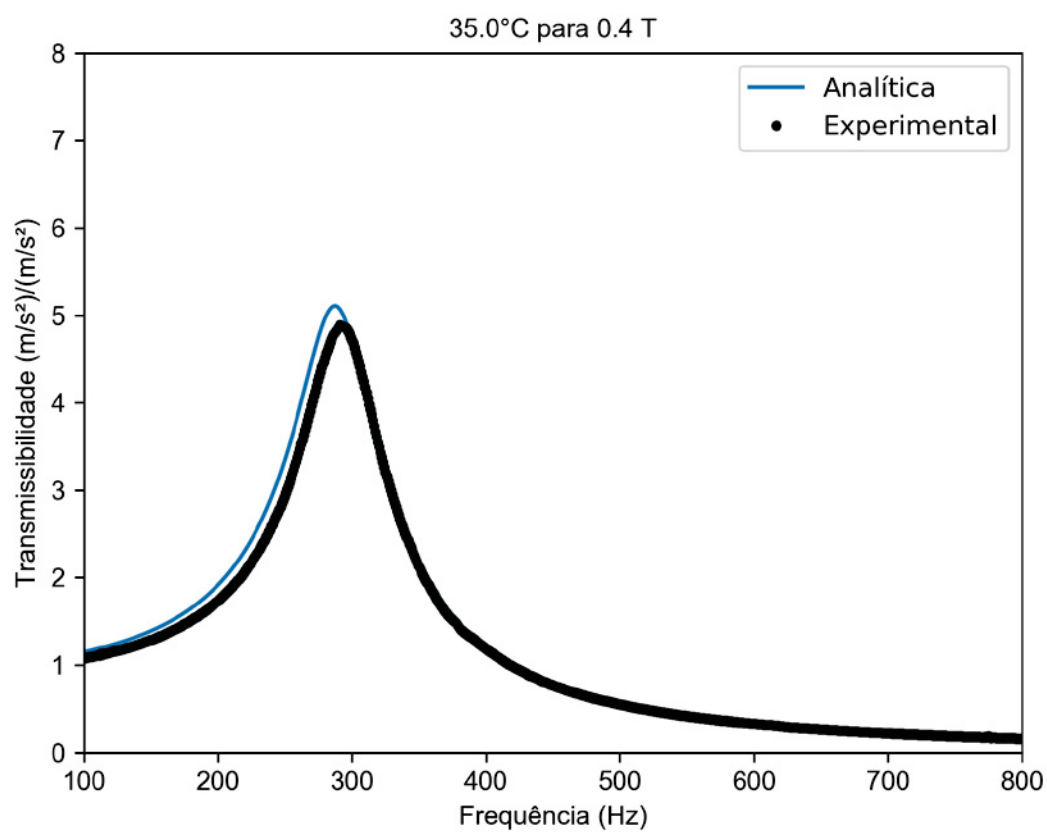
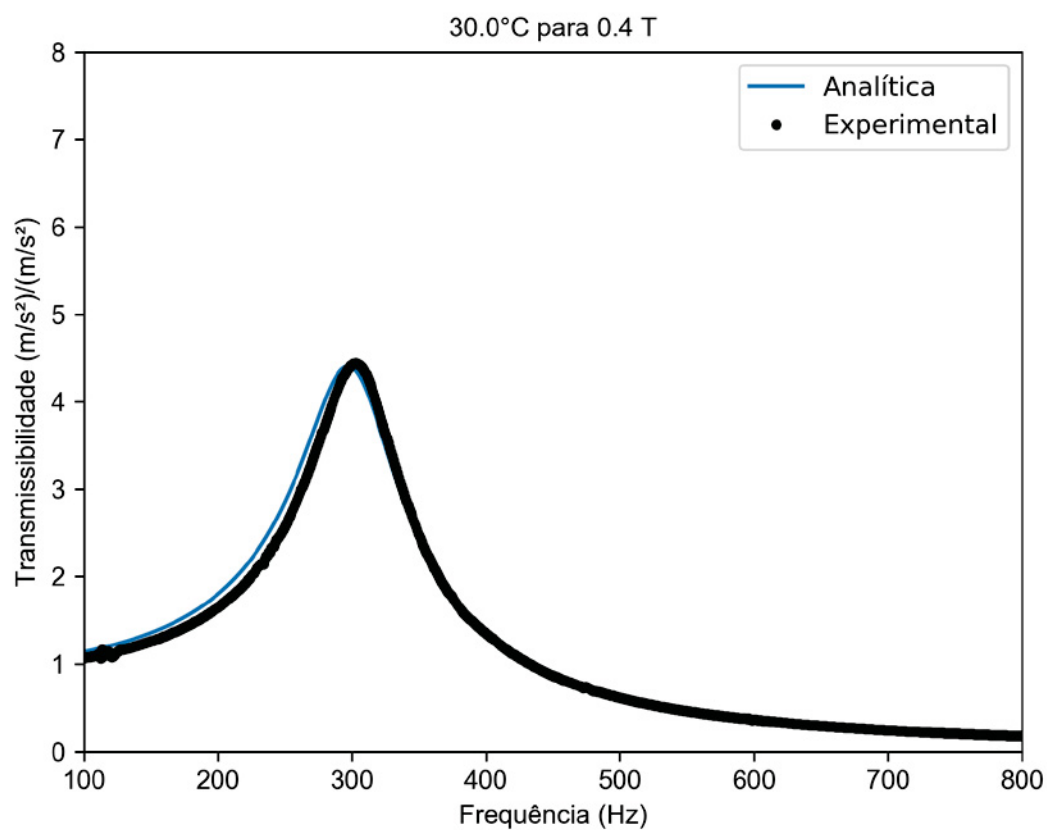


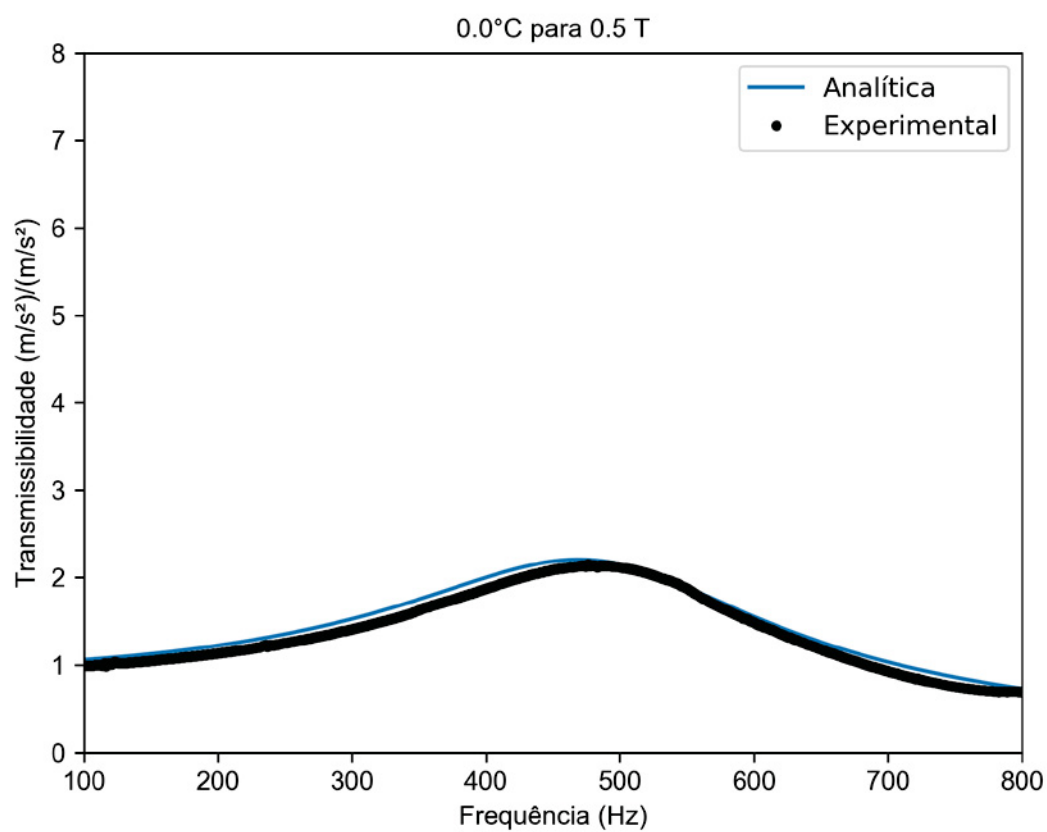
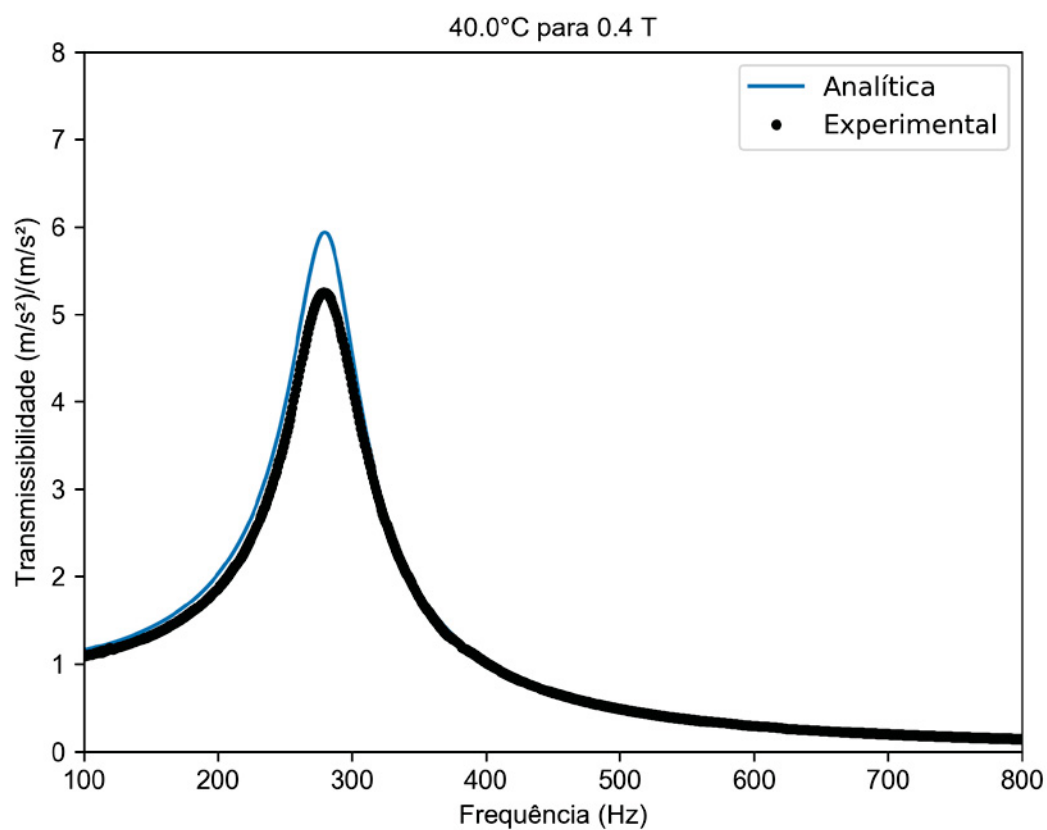


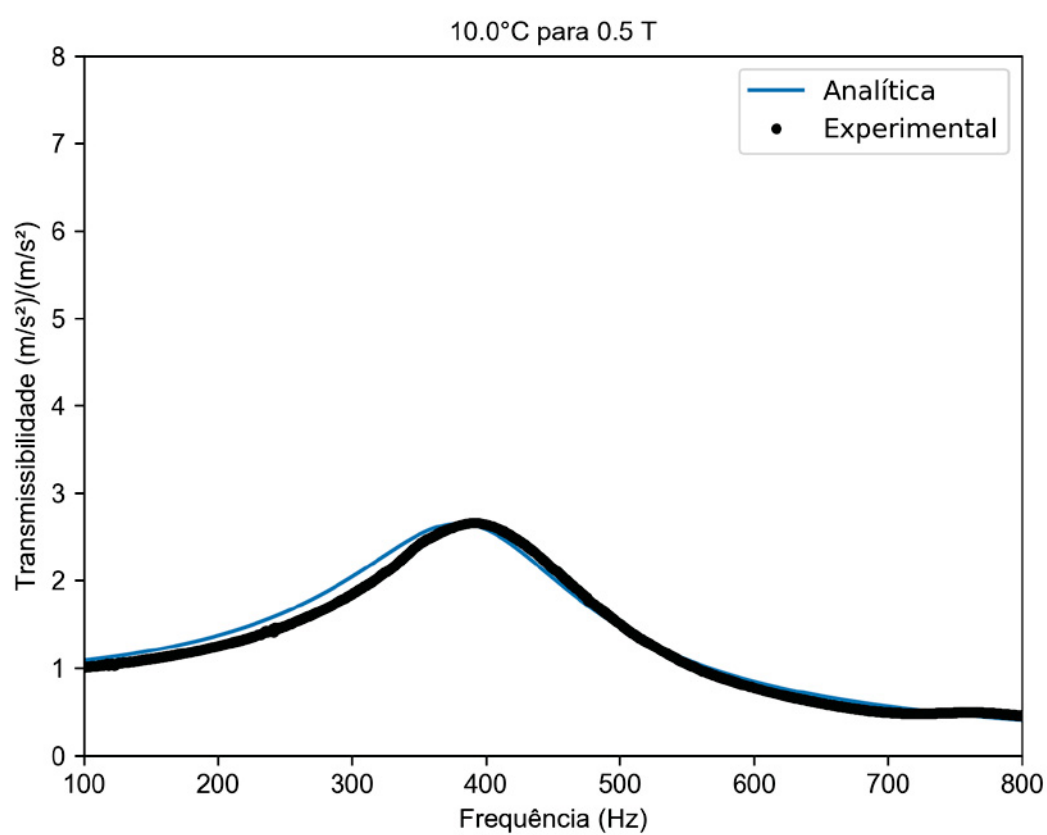
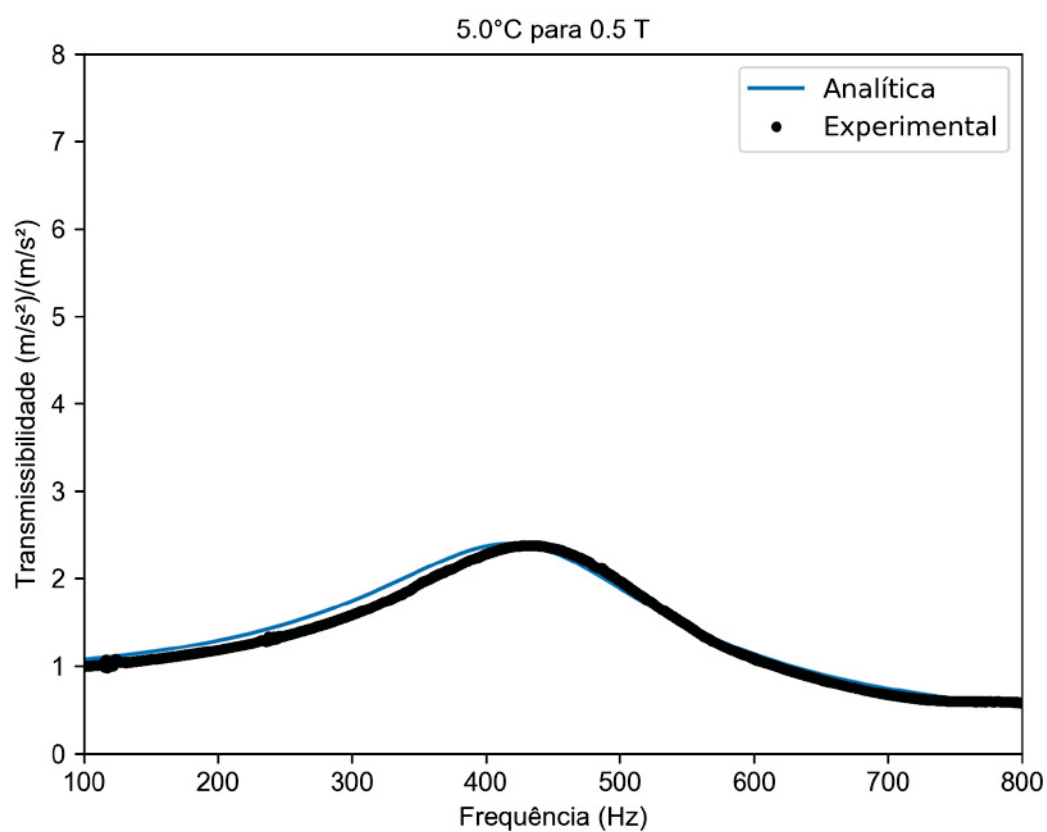


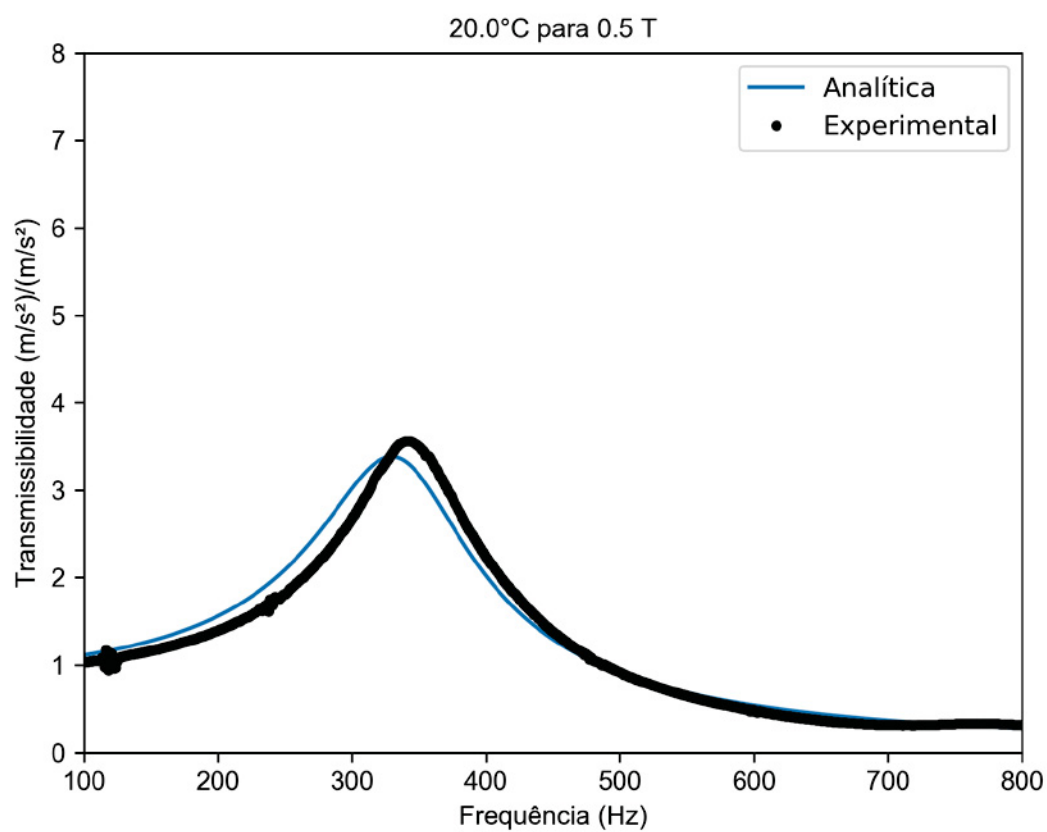
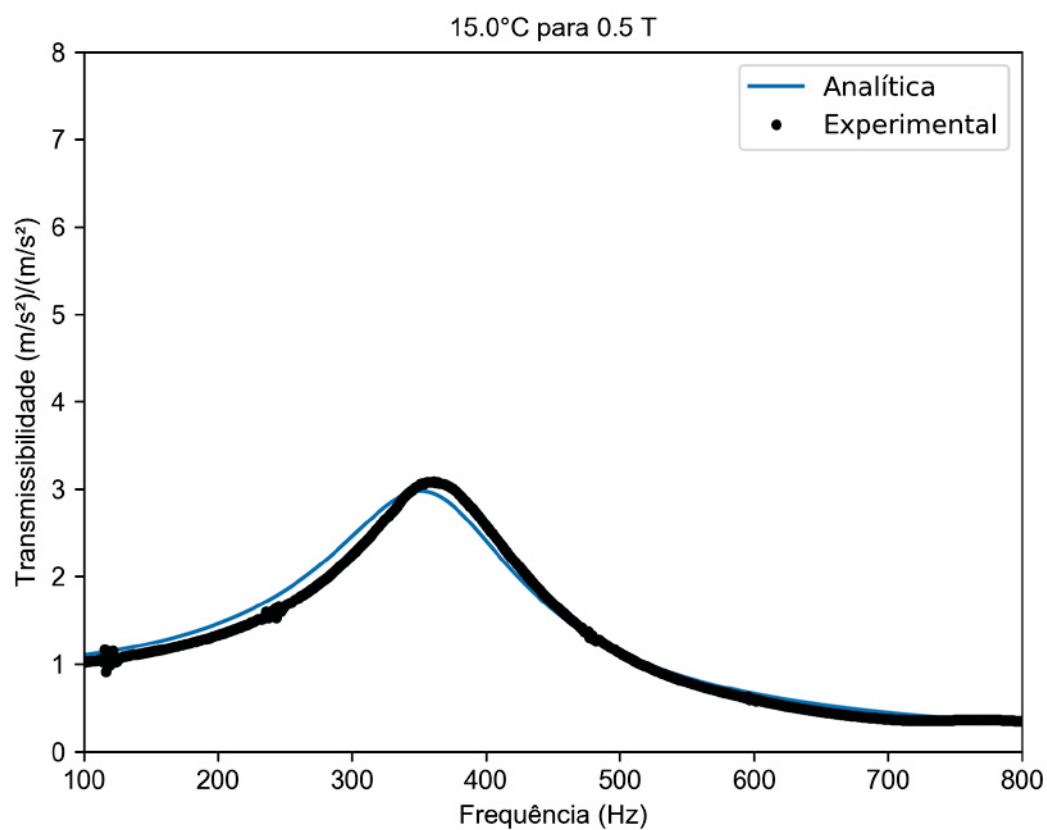




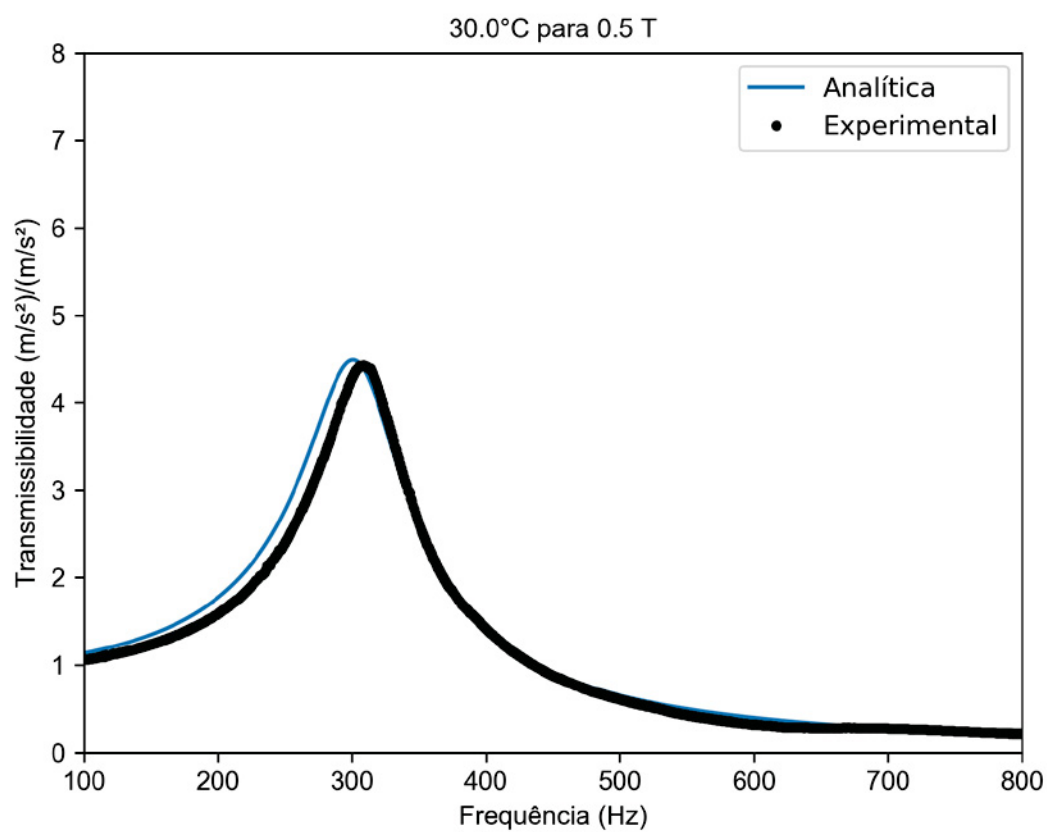
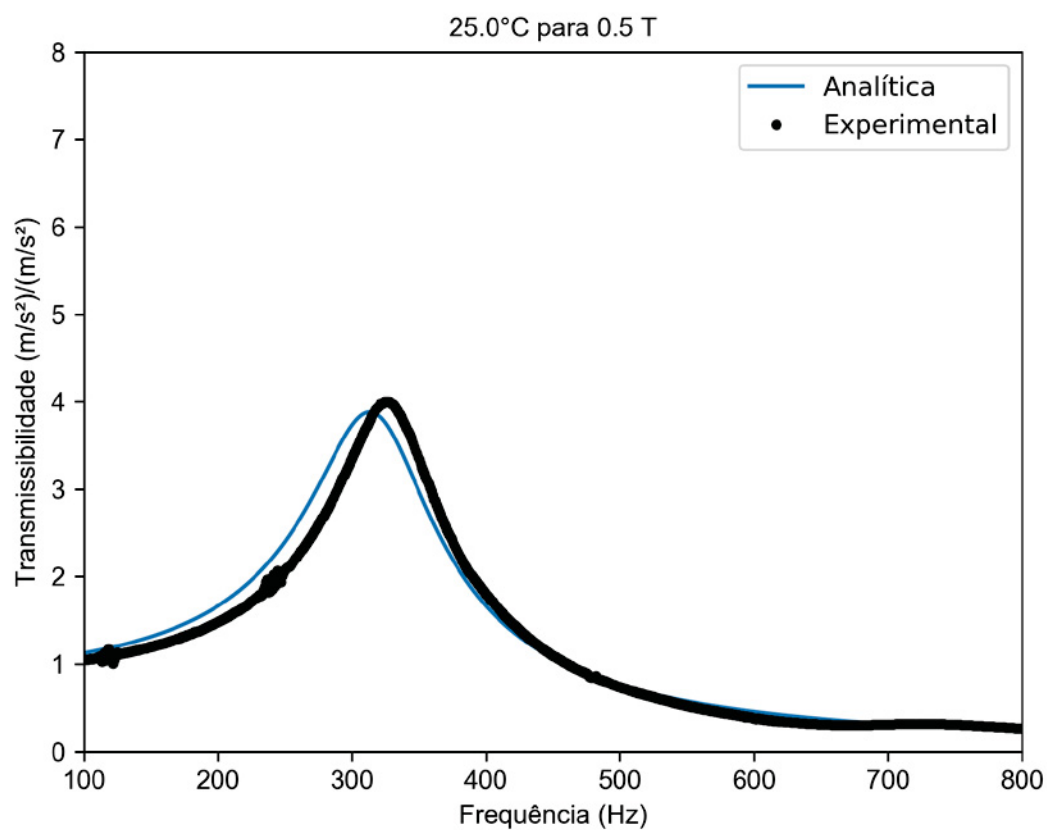


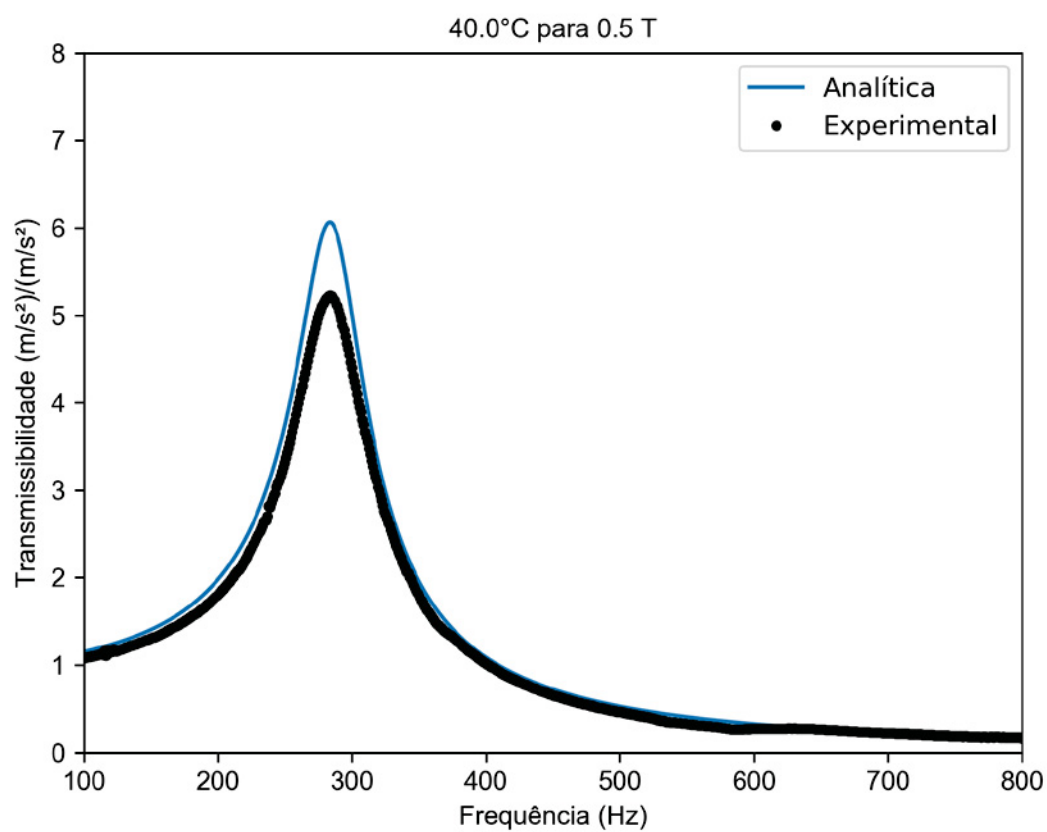
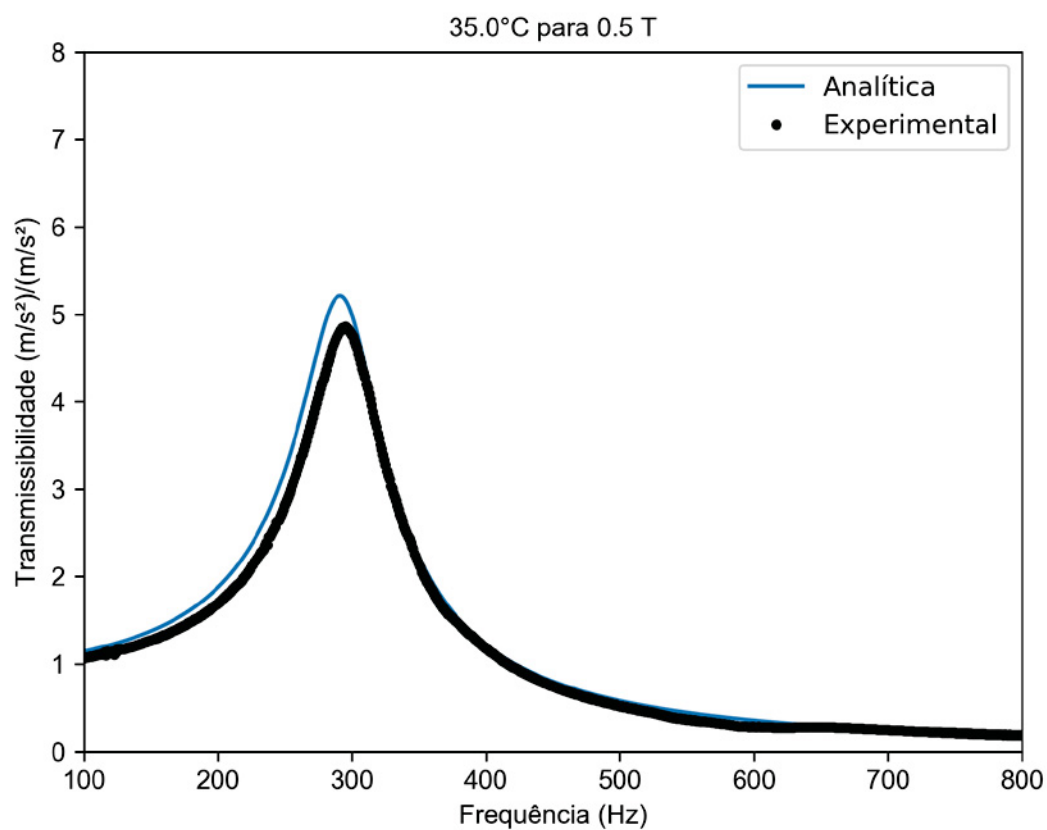








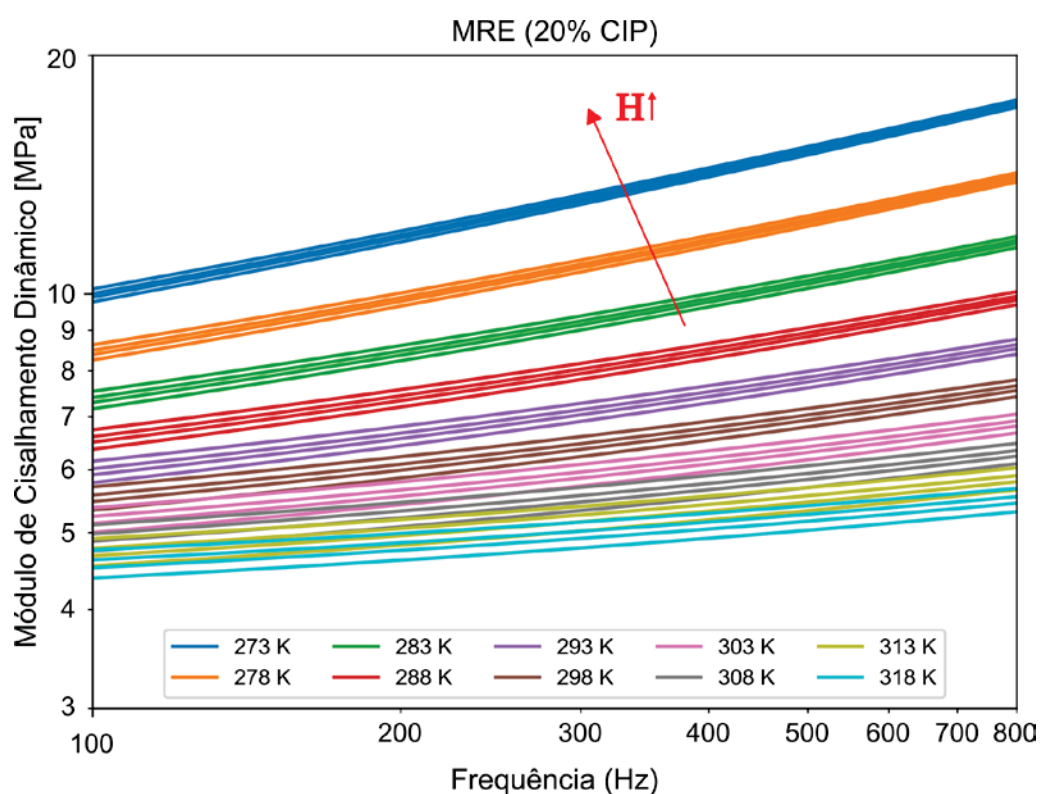
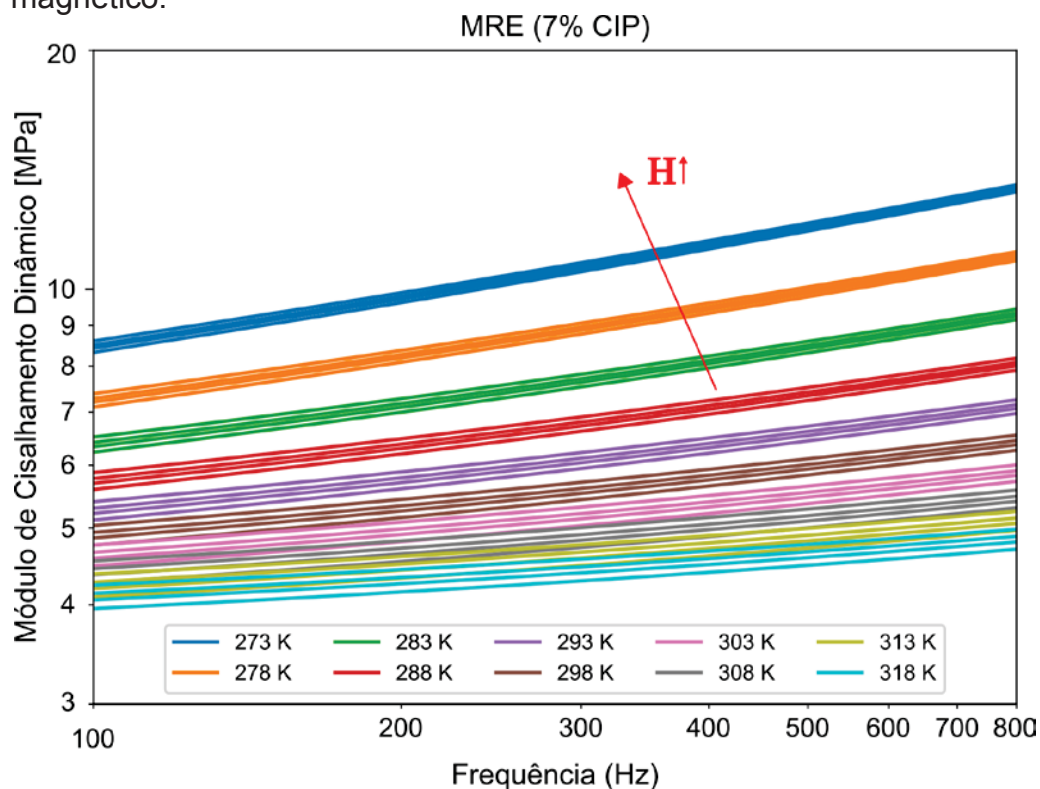




## APÊNDICE 02 – CURVAS DE MÓDULO DE CISALHAMENTO DINÂMICO E FATOR DE PERDA

### MÓDULO DE CISALHAMENTO DINÂMICO

A indicação mostra que o módulo cresce com o aumento da intensidade do campo magnético.



### FATOR DE PERDA

A indicação mostra que o fator de perda módulo diminui com o aumento da intensidade do campo magnético

